

T A
Č R



VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA

Metodika pro systém podpory síťové časové koordinace spojů v přestupních uzlech

Kolektiv autorů metodiky:

doc. Ing. Dušan Teichmann, Ph.D., doc. Ing. Denisa Mocková, Ph.D., Ing. Bc. Pavel Edvard Vančura, Ph.D.

České vysoké učení technické v Praze, Fakulta dopravní

doc. Ing. Michal Dorda, Ph.D., doc. Ing. Ivana Olivková, Ph.D., Ing. Vojtěch Graf, Ph.D.

Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní

Recenzenti:

prof. Ing. Radim Farana, CSc.

Mendelova univerzita v Brně, Provozně ekonomická fakulta

Ing. Robert Hackenberg

Dopravní podnik Ostrava, a. s.

Dokument vznikl v rámci projektu CK01000043 Systém pro podporu síťové časové koordinace spojů v přestupních uzlech, podpořeného Technologickou agenturou ČR v rámci programu Doprava 2020+.

© Praha, Ostrava 2022

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

a_i	[min]	hodnota maximálního dovoleného posunu spojů na koordinované lince $i \in L$,
\bar{a}_i	[min]	průměrná hodnota maximálního dovoleného posunu na koordinované lince $i \in L$, je-li na ní uplatněn střídavý takt,
e_i	[min]	elementární časová jednotka z hlediska časové koordinace na koordinované lince $i \in L$,
h_{uilkjs}	[min]	nezáporná proměnná modelující časovou ztrátu každého cestujícího přestupujícího v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na nejbližší spoj linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$,
I		množina cestujících využívajících VHD,
K_p	[min]	délka koordinační periody,
L_u		množina linek koordinovaných v přestupním uzlu $u \in U$,
L_u^*		množina odjíždějících linek z přestupního uzlu $u \in U$, na kterých je uplatněn střídavý takt,
L_u^{**}		množina příjíždějících linek do přestupního uzlu $u \in U$, na kterých je uplatněn střídavý takt,
L_{uj}		množina příjíždějících linek do přestupního uzlu $u \in U$, ze kterých cestující přestupují na spoje odjíždějící linky $j \in L_u$,
n_{ui}		počet spojů linky $i \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody,
M		prohibitivní konstanta
N		počet spojů ve střídavém taktu uplatněném mezi spoji koordinované linky $i \in L_u$ v dílčí koordinační periodě,
R_0^+		množina nezáporných reálných čísel,
S_i		množina směrů koordinované linky $i \in L$ (mají-li všechny koordinované linky stejný počet směrů, je možno použít zjednodušeného označení S),

$t_{\check{c}}$	[min]	doba čekání cestujícího na nejbližší spoj na první zastávce trasy do cíle přemístění,
$t_{\check{c}_i}$	[min]	doba čekání cestujícího $i \in I$ na nejbližší spoj na první zastávce trasy do cíle přemístění,
t_{dp}	[min]	celková doba pobytu cestujícího v dopravním prostředku (doba přepravy) na trasách veřejné hromadné dopravy ze zdroje přemístění do cíle přemístění,
t_{dp_i}	[min]	celková doba pobytu cestujícího $i \in I$ v dopravním prostředku (doba přepravy cestujícího $i \in I$) na trasách veřejné hromadné dopravy ze zdroje přemístění do cíle přemístění,
t_p	[min]	celková doba přemístění cestujícího ze zdroje přemístění do cíle přemístění,
t_{p_i}	[min]	celková doba přemístění cestujícího $i \in I$ ze zdroje přemístění do cíle přemístění,
t_{pre}	[min]	celková doba přestupů cestujícího na trase využitých linek VHD (doba chůze cestujícího a doba čekání cestujícího na spoj při přestupu),
t_{pre_i}	[min]	celková doba přestupů cestujícího $i \in I$ na trase využitých linek VHD (doba chůze cestujícího $i \in I$ a doba čekání cestujícího $i \in I$ na spoj při přestupu),
$t_{prest_{uij}}$	[min]	hodnota přestupní doby cestujících mezi stanovištěm spojů přijíždějící linky $i \in L_u$ a stanovištěm spojů odjíždějící linky $j \in L_u$ v přestupním uzlu $u \in U$,
t_{ui1}		nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ prvním spojem přijíždějící linky $i \in L_u$ v koordinační periodě,
t_{ujn_j}		nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ posledním spojem odjíždějící linky $j \in L_u$ v koordinační periodě,
t_{uj1}		nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ prvním spojem odjíždějící linky $j \in L_u$ v koordinační periodě,
t_1	[min]	doba chůze cestujícího od zdroje přemístění k první nástupní zastávce VHD na jeho trase,

t_{1_i}	[min]	doba chůze cestujícího $i \in I$ od zdroje přemístění k první nástupní zastávce VHD na jeho trase,
t_2	[min]	doba chůze cestujícího od poslední výstupní zastávky VHD na jeho trase k cíli přemístění,
t_{2_i}	[min]	doba chůze cestujícího $i \in I$ od poslední výstupní zastávky VHD na jeho trase k cíli přemístění,
T_i	[min]	hodnota konstantního taktu uplatněná mezi spoji linky $i \in L_u$,
\bar{T}_l	[min]	průměrná hodnota taktu v dílčí koordinační periodě linky $i \in L$, na které je uplatněn střídavý takt,
T_i^p	[min]	hodnota dílčí koordinační periody linky $i \in L_u$, na které je uplatněn střídavý takt,
U		množina přestupních uzlů,
v_{il}		pomocná bivalentní proměnná zaváděná za účelem zvýšení hodnoty základního taktu o α elementárních časových jednotek po každém sudém spoji linky $i \in L_u^{**} \cup L_u^*$ ve směru $l \in S$ v rámci koordinační periody obsluhujícího poslední přestupní uzel na trase linky,
w_{il}		pomocná bivalentní proměnná zaváděná za účelem zvýšení hodnoty základního taktu o α elementárních časových jednotek po každém lichém spoji linky $i \in L_u^{**} \cup L_u^*$ ve směru $l \in S$ v rámci koordinační periody, vyjma prvního spoje obsluhujícího poslední přestupní uzel na trase linky,
x_{il}	[min]	nezáporná proměnná modelující časový posun všech spojů linky $i \in L$ ve směru $l \in S$ počítaný od jejich nejdříve možných časových poloh,
$Z_{uilkjsp}$		pomocná bivalentní proměnná modelující vznik koordinační vazby mezi spojem $k \in P_{il}$ přijíždějící linky $i \in L_u$ jedoucím ve směru $l \in S$ a spojem $p \in P_{js}$ odjíždějící linky $j \in L_u$ jedoucím ve směru $s \in S$ v přestupním uzlu $u \in U$,
Z_0^+		množina celých nezáporných čísel.

OBSAH

1	Přehled pojmů využívaných v textu metodiky.....	8
2	Úvod.....	12
2.1	Předmět a cíl metodiky.....	12
2.2	Charakteristika současného stavu a zdůvodnění novosti postupů obsažených v metodice	12
2.3	Uživatelé metodiky.....	13
3	Shrnutí základních poznatků o smíšeném celočíselném lineárním programování potřebných k řešení optimalizační úloh o síťové uzlové časové koordinaci.....	15
4	Přípravné fáze optimalizačního výpočtu.....	18
4.1	Identifikace vstupních dat rozhodných pro optimalizační výpočet.....	18
4.2	Tvorba koordinační sítě.....	19
5	Obecné úvahy vedoucí ke konstrukci modelu pro síťovou uzlovou časovou koordinaci.....	24
5.1	Volba a vysvětlení principu optimalizačního kritéria.....	25
5.2	Limitující faktory.....	34
6	Metodika tvorby optimalizačního modelu.....	35
6.1	Nastavení výchozích časových poloh spojů před zahájením optimalizačního výpočtu.....	36
6.2	Modelování času v matematickém modelu.....	37
6.3	Definování hodnot maximálních časových posunů spojů koordinovaných linek v koordinační periodě.....	38
6.4	Identifikace nezbytného minima počtu spojů koordinovaných linek.....	39
6.4.1	Výpočet hodnoty koordinační periody pro koordinovanou síť jako celek.	40

6.4.2	Výpočet minimálních počtů spojů na příjezdu a odjezdu do/z přestupního uzlu v koordinační periodě.....	43
6.5	Metodika tvorby optimalizačních modelů síťové uzlové časové koordinace pro linky s uplatněným taktovým režimem.....	61
6.6	Tvorba optimalizačního modelu síťové uzlové časové koordinace pro provozní variantu se stejnými konstantními hodnotami taktů mezi spoji na příjezdu i na odjezdu linek do/ze všech přestupních uzlů...	68
6.7	Metodika tvorby optimalizačního modelu pro provozní variantu s různými hodnotami konstantních taktů mezi spoji na příjezdu i na odjezdu linek do/z přestupních uzlů.....	72
6.8	Metodika tvorby optimalizačního modelu pro provozní variantu s konstantní hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a střídavou hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu...	76
6.9	Metodika tvorby optimalizačního modelu pro provozní variantu se střídavou hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a konstantní hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu.	81
6.10	Metodika tvorby optimalizačního modelu pro provozní variantu se střídavou hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a střídavou hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu...	86
7	Praktické ukázky tvorby optimalizačních modelů a jejich řešení.....	92
8	Ekonomické aspekty využití výsledků metodiky.....	138
9	Závěr.....	140
	Reference.....	142
	Seznam publikací předcházejících metodice.....	143
	Seznam obrázků.....	145
	Seznam tabulek.....	146

1 PŘEHLED POJMŮ VYUŽÍVANÝCH V TEXTU METODIKY

Linka	množina spojů, kterými se zabezpečuje pravidelná dopravní obslužnost určitých míst [1].
Spoj	jízdním řádem nebo jinak časově a místně určené dopravní spojení určitých míst v rámci pravidelné dopravní obslužnosti [1].
Zastávka	předepsaným způsobem označené a vybavené místo na dopravní cestě určené zejména k nástupu a výstupu cestujících [1].
Konečná zastávka	zastávka veřejné hromadné dopravy umístěná na začátku a na konci trasy každé linky [1].
Výchozí konečná zastávka	konečná zastávka obsluhovaná na trase spoje jako první v pořadí (zastávka, ve které začíná jízda vozidla obsluhujícího spoj).
Cílová konečná zastávka	konečná zastávka obsluhovaná na trase spoje jako poslední v pořadí (zastávka, ve které končí jízda vozidla obsluhujícího spoj).
Přestupní uzel	významná zastávka na síti veřejné hromadné dopravy, obsluhovaná spoji minimálně dvou linek stejného nebo různých módů, přičemž mezi spoji různých linek stejného módu nebo různých módů existuje významný proud přestupujících cestujících, přestupní uzel může být konečnou zastávkou linky.

Přijíždějící linka	linka, z jejíž spojů cestující v přestupním uzlu vystupují za účelem následného bezprostředního využití spoje jiné linky.
Odjíždějící linka	linka, na jejíž spoje cestující v přestupním uzlu nastupují bezprostředně po předchozím využití spoje jiné linky.
Přestupní doba	minimální časový interval potřebný k zabezpečení výstupu cestujících z vozidla přijíždějící linky, přechodu ze stanoviště spoje přijíždějící linky na stanoviště spoje odjíždějící linky a k nástupu cestujících do vozidla odjíždějící linky (v daném časovém intervalu může být také zohledněna časová rezerva pro případ zpoždění spoje přijíždějící linky).
Síťová časová koordinace	výpočetní proces, při kterém dochází k časovým posunům spojů na různých linkách, jejichž trasy se stýkají ve stejném přestupním uzlu/uzlech (uzlová koordinace) nebo jejichž trasy jsou totožné alespoň zčásti na jednom společném úseku (úseková koordinace) prováděná za účelem zatraktivnění nabídky veřejné hromadné dopravy podle zvoleného optimalizačního kritéria.
Takt (linkový interval)	periodicky se opakující časový interval, ve kterém jsou podle jízdního řádu vedeny spoje dané linky v daném směru, takt může být konstantní nebo střídavý.

Konstantní takt	takt na lince, jehož hodnota se mezi každými dvěma po sobě jedoucími spoji linky v průběhu koordinačního období nemění.
Střídavý takt	dvě různé nebo více různých hodnot taktů uplatňované mezi dvěma po sobě jedoucími spoji na lince, přičemž dané hodnoty se periodicky ve stejném pořadí opakují.
Základní takt	minimální z hodnot taktů použitých v provozních podmínkách střídavého taktu.
Koordinační období	nepřetržitě denní/noční období nebo jeho část, ve kterém jsou na koordinovaných linkách zavedeny stejné provozní podmínky z hlediska použitých hodnot taktů.
Koordinační perioda	časový interval (zpravidla dílčí část koordinačního období), ve kterém je prováděna síťová časová koordinace v rámci celé sítě.
Koordinační vazba	konkrétní požadavek na zajištění přestupu cestujících mezi vozidly stejného módu dopravy nebo různých módů dopravy definovaný číslem přestupního uzlu, číslem linky, směrem a spojem linky přijíždějící do přestupního uzlu, číslem linky a směrem linky odjíždějící z přestupního uzlu a průměrným počtem cestujících přestupujících mezi spoji obou linek za koordinační periodu nebo celé koordinační období.
Uzlová koordinační perioda	časový interval (zpravidla dílčí část koordinačního období), ve kterém je prováděna uzlová síťová časová

koordinace v rámci jednoho uzlu (její hodnota může být stejná jako hodnota koordinační periody v celé síti).

Dílčí koordinační perioda pro linku časový interval vyskytující se pouze v případě střídavého taktu a obsahující všechny periodicky se opakující hodnoty střídavého taktu (koordinační perioda může být tvořena jednou i více dílčími koordinačními periodami).

Vnitřní kalendář pravidla počítání času, ve kterých koordinační perioda nezačíná v reálném čase, ale začíná vždy v čase 0.

Cestovní doba doba, která uplyne mezi časem pravidelného odjezdu spoje z určené zastávky a časem pravidelného příjezdu na jinou (např. sousední) zastávku daného spoje.

2 ÚVOD

2.1 Předmět a cíl metodiky

Předmětem metodiky je poskytnout ucelený náhled na problematiku řešení úloh o síťové časové koordinaci spojů v přestupních uzlech (dále jen „síťová uzlová časová koordinace“). Součástí síťové uzlové časové koordinace je rovněž vytváření přípojů mezi spoji koordinovaných linek.

Cílem předkládané metodiky bude seznámení odborné veřejnosti s aplikačním potenciálem a ukázkami praktických aplikací metod smíšeného celočíselného lineárního programování při řešení úloh o síťové uzlové časové koordinaci.

2.2 Charakteristika současného stavu a zdůvodnění novosti postupů obsažených v metodice

Pro současný stav v podmínkách ČR a SR je charakteristická především manuální tvorba jízdních řádů bez zásadnějšiho a systematictějšího využívání optimalizačních výpočtů. K návrhu časových poloh spojů veřejné hromadné dopravy jsou sice k dispozici určité výpočetní pomůcky využívané navrhovateli a konstruktéry jízdních řádů v podmínkách jednotlivých organizátorů veřejné hromadné dopravy nebo dopravců vytvářené např. v MS EXCEL a používané např. při síťové úsekové časové koordinaci, ovšem u jimi dosahovaných výsledků není garantována jejich optimalita. Pro síťovou uzlovou časovou koordinaci pak v současnosti k dispozici žádná výpočetní pomůcka není.

V zahraniční literatuře jsou sice známy některé přístupy k síťové uzlové časové koordinaci, omezují se však zpravidla na koordinační úlohy vztažené k posledním spojům uvedeným v jízdních řádech, nebyl dohledán žádný systematický výpočetní přístup, který by dokázal navrhovat jízdní řády konstruované v taktovém režimu garantující optimalitu. O optimalizaci časových ztrát cestujících přestupujících

v přestupních uzlech v podmínkách střídavého taktu nebyly dohledány žádné informace.

Novost metodiky spočívá v tom, že je první metodikou věnovanou problematice síťové uzlové časové koordinace využívající k řešení problému optimalizační metody. Text metodiky obsahuje návody k řešení problémů týkajících se síťové uzlové časové koordinace v podmínkách širokého spektra provozních variant lišících se typy taktů, které se mohou v reálném provozu vyskytovat. Využití optimalizačních metod umožní řešitelům dosáhnout optimum (globální, lokální).

Optimalizační metodou, která je vhodná k řešení úloh síťové uzlové časové koordinace, je matematické programování, konkrétně jedna jeho část, a to smíšené celočíselné lineární programování. Výhodou smíšeného celočíselného lineárního programování je to, že se jedná o optimalizační přístup v obecné poloze konvergující ke globálnímu optimálnímu řešení, a také, že existuje široká nabídka univerzálních softwarových nástrojů (solverů), které umožňují řešit i značně rozsáhlé úlohy, tzn., umožňují řešit úlohy o síťové uzlové časové koordinaci se značným počtem vyžadovaných koordinačních vazeb.

2.3 Uživatelé metodiky

Existuje pět základních kategorií uživatelů, pro které mohou být výsledky metodiky významné.

Primární kategorií uživatelů výsledků projektu obsažených v metodice jsou konstruktéři jízdních řádů, kteří mohou metodiku přímo využít ke své práci při snižování časových ztrát cestujících přestupujících mezi spoji různých linek veřejné hromadné dopravy v přestupních uzlech.

Druhou kategorií uživatelů výsledků projektu obsažených v metodice jsou manažeři dopravních podniků pracující na všech stupních řízení a pracovníci organizátorů veřejné hromadné dopravy či jiných zadavatelů (např. pověřeni pracovníci městských

úřadů), kteří ji mohou využít při koncepčním plánování rozvoje veřejné hromadné dopravy.

Třetí kategorií uživatelů výsledků projektu obsažených v metodice jsou zákazníci služeb veřejné hromadné dopravy (cestující), pro které bude vytvářena atraktivní nabídka služeb veřejné hromadné dopravy.

Čtvrtou kategorií uživatelů výsledků projektu obsažených v metodice jsou pracovníci vědy a výzkumu pracující ve veřejných i soukromých výzkumných institucích, kteří ji mohou využít při dalším rozvoji problematiky efektivní organizace veřejné hromadné dopravy.

Pátou kategorií uživatelů výsledků projektu obsažených v metodice jsou pedagogové a studenti vysokých škol, kteří ji mohou využít při pedagogickém procesu zaměřeném na problematiku efektivní organizace veřejné hromadné dopravy.

3 SHRnutí ZÁKLADNÍCH POZNATKŮ O SMÍŠENÉM CELOČÍSELNÉM LINEÁRNÍM PROGRAMOVÁNÍ POTŘEBNÝCH K ŘEŠENÍ OPTIMALIZAČNÍ ÚLOH O SÍŤOVÉ UZLOVÉ ČASOVÉ KOORDINACI

Řešení úloh o síťové uzlové časové koordinaci s využitím metod smíšeného celočíselného lineárního programování se, analogicky jako řešení každé jiné optimalizační úlohy lineárního programování, skládá ze dvou základních fází, a to z fáze věnované tvorbě matematického modelu a z fáze věnované jeho řešení. Ve fázi tvorby matematického modelu jde zejména o formulaci optimalizačního problému (identifikaci veličin, které se v průběhu výpočtu nemění, identifikaci očekávaných rozhodnutí a identifikaci optimalizačního kritéria) a zápis modelu matematickými prostředky.

Z formulace problému vyplynou dvě základní skupiny veličin a to veličiny, jejichž hodnoty se v průběhu optimalizačního výpočtu nemění (tzv. konstanty), a veličiny, jejichž hodnoty se v průběhu optimalizačního výpočtu mění (tzv. proměnné). Proměnné modelují zpravidla očekávaná rozhodnutí a na základě jejich hodnot po ukončení optimalizačního výpočtu činíme potřebná rozhodnutí.

Každá veličina (ať již konstanta nebo proměnná) použitá v matematickém modelu smíšeného celočíselného lineárního programování musí být v matematickém modelu určitým způsobem označena. Označení veličin závisí na řešiteli, v souvislosti s volbou označení veličin lze pouze uvést, že označení veličin by mělo být co nejjednodušší a mělo by mít, pokud možno, také patřičnou vypovídací schopnost.

Každý matematický model lineárního programování je složen ze dvou základních částí, a to z optimalizačního kritéria a soustavy omezujících podmínek.

Optimalizační kritérium je veličina, jejíž hodnota charakterizuje kvalitu konkrétního (přípustného) řešení z pohledu deklarovaného zájmu zadavatele optimalizačního problému. Je-li optimalizační kritérium možno vyjádřit funkčním předpisem, nahrazuje se pojem optimalizační kritérium pojmy účelová funkce nebo také kritériální funkce. Protože v předmětné metodice bude optimalizační kritérium vyjádřeno funkčním

předpisem, bude dále v textu metodiky využíván pojem účelová funkce. Účelová funkce musí být volena cíleně tak, aby reprezentovala oprávněný zájem zadavatele.

Nedílnou součástí účelové funkce je rovněž požadavek na hledaný typ jejího extrému. Hodnota účelové funkce může být buď maximalizována, nebo minimalizována. Typ zvoleného extrému závisí na povaze účelové funkce. Existují i optimalizační úlohy s více účelovými funkcemi, které se nazývají úlohy vícekriteriální (multikriteriální) optimalizace. Jelikož však matematické modely v textu metodiky nebudou obsahovat více než jednu účelovou funkci, nebude podrobnostem k metodám vícekriteriální optimalizace v textu metodiky věnována pozornost.

Soustava omezujících podmínek se vztahuje k limitujícím faktorům optimalizační úloh, které musí být v průběhu optimalizačního výpočtu akceptovány. Někdy je místo pojmu omezující podmínky také používán pojem okrajové podmínky. Akceptace limitujících faktorů má přímý vztah k přípustnosti řešení, které je výsledkem optimalizačního výpočtu, proto také říkáme, že soustava omezujících podmínek vymezuje v průběhu optimalizačního výpočtu množinu přípustných řešení úloh.

Některé omezující podmínky mohou vyjadřovat limitující faktory, které se zdají být na první pohled zřejmé, nicméně, do matematického modelu musí být zahrnuty i zřejmé faktory, neboť i to, co se zdá řešiteli z reálného hlediska jako zřejmé, musí být do matematického modelu po matematické stránce zakomponováno.

Omezující podmínky jsou dvojího typu – tzv. obligatorní a strukturální.

Obligatorní omezující podmínky reprezentují definiční obory (někdy se rovněž v uvedené souvislosti využívá pojmu obory hodnot) proměnných použitých v matematickém modelu. V rámci celočíselného smíšeného lineárního programování jsou využívány tři typy definičních oborů proměnných, a to množina nezáporných reálných čísel označovaná v dalším textu symbolem R_0^+ , množina celých nezáporných čísel označovaná v dalším textu symbolem Z_0^+ a množina hodnot 0 a 1 označovaná v dalším textu $\{0; 1\}$. Volba definičního oboru proměnných se uskutečňuje v závislosti na tom, jaký typ rozhodnutí daná proměnná modeluje. V některých případech je možno pro konkrétní skupinu proměnných využít i více typů definičních oborů. Je-li

mezi možnými typy definičních oborů zahrnut definiční obor R_0^+ , potom je vždy preferován před ostatními, protože významným způsobem ovlivňuje průběh (dobu) optimalizačního výpočtu.

Strukturální omezující podmínky plní v průběhu optimalizačního výpočtu dvě funkce. Buď reprezentují reálná omezení, která ovlivňují proces hledání řešení (v podmínkách řešených úloh např. hodnoty maximálních dovolených časových posunů spojů koordinovaných linek) nebo vytvářejí logické vazby mezi proměnnými modelujícími příslušná rozhodnutí. Strukturální omezující podmínky vytvářející logické vazby mezi proměnnými jsou proto někdy také nazývány vazební podmínky. Strukturální omezující podmínky mají v matematických modelech tvary rovnic nebo nerovnic s výskytem neostrých relačních znamének (\leq ; \geq ; $=$).

Z hlediska tvorby matematického modelu smíšeného celočíselného lineárního programování je nutno také uvést tři základní pravidla pro počítání s proměnnými. Výrazy obsahující proměnné je v matematickém modelu smíšeného celočíselného lineárního programování umožněno pouze sčítat, odčítat nebo násobit reálnou konstantou.

Pro tvorbu matematického modelu smíšeného celočíselného lineárního programování neexistuje žádný jednoznačný návod, existují pouze určitá pravidla obecnějšího charakteru, která je doporučeno dodržovat [2]:

1. provede se analýza optimalizačního kritéria z pohledu očekávaných rozhodnutí, na kterých jeho hodnota závisí, v kontextu analýzy se zvolí vhodné proměnné včetně jejich definičních oborů a sestaví se účelová funkce;
2. postupně jsou analyzovány jednotlivé limitující faktory a jsou vyjádřeny pomocí rovnic nebo nerovnic s neostrými relačními znaménky obsahujícími konstanty a zavedené proměnné, je-li to zapotřebí, zavedou se další proměnné a podle potřeby se doplní i další vztahy mezi proměnnými;
3. provede se rozbor jednotlivých podmínek a proměnných zaměřený na zjištění, zda některé podmínky a proměnné není možno nahradit pomocí ostatních.

4 PŘÍPRAVNÉ FÁZE OPTIMALIZAČNÍHO VÝPOČTU

4.1 Identifikace vstupních dat rozhodných pro optimalizační výpočet

Podkapitola 4.1 je věnována především problematice doporučeného uspořádání vstupních dat do struktury korespondující s požadavky optimalizačního výpočtu. Z provedeného uspořádání vstupních dat vyplynou následně informace o konkrétních koordinačních vazbách, které budou přímým vstupem do matematických modelů pro řešení úloh o síťové uzlové časové koordinaci.

K uspořádání vstupních dat týkajících se optimalizačního výpočtu lze využít následující typy tabulek, viz Tab. č. 4.1 – Tab. č. 4.3:

Číslo linky	Směr 1 (Výchozí zastávka → Cílová zastávka)	Směr 2 (opačný směr, jedná-li se o kyvadlovou linku) (Výchozí zastávka → Cílová zastávka)

Tab. č. 4.1: Seznam koordinovaných linek a jejich směrů

Název přestupního uzlu	Číslo přestupního uzlu	z		na		Přestupní doba
		linky číslo	směru číslo	linku číslo	směr číslo	

Tab. č. 4.2: Seznam koordinačních uzlů s uvedením koordinovaných linek a jejich směrů

Hodnoty v posledním sloupci Tab. č. 4.2 jsou udávány ve zvolených časových jednotkách (zpravidla minuty).

Číslo přestupního uzlu	z			Počet přestupujících cestujících	na	
	linky číslo	směru číslo	spoje číslo		linku číslo	směr číslo

Tab. č. 4.3: Seznam koordinačních vazeb a počtů přestupujících cestujících využívajících dané koordinační vazby a přestupních dob mezi spoji koordinovaných linek

Jestliže jsou v číselné řadě obsahující čísla koordinovaných linek některá čísla linek vynechána (buď příslušné linky neexistují, nebo nejsou zahrnuty do síťové uzlové časové koordinace), je z hlediska zjednodušení procesu optimalizačního výpočtu vhodné linky přečíslovat tak, aby neexistovaly mezery mezi jejich čísly. Pro účely přečíslování je vhodné zpracovat transformační tabulku, např. ve tvaru uvedeném v Tab. č. 4.4.

Původní číslo linky					
Číslo linky pro potřeby optimalizačního výpočtu	1	2	3	...	n

Tab. č. 4.4: Transformační tabulka

Analogicky lze postupovat i v případech, kdy jsou do síťové uzlové časové koordinace zahrnuty linky veřejné hromadné dopravy s odlišným označením (v Praze např. linky metra s písmenným označením a linky městské autobusové dopravy s číselným označením). Obecně platí, že je vhodnější pracovat při optimalizačním výpočtu s číselným označováním koordinovaných linek.

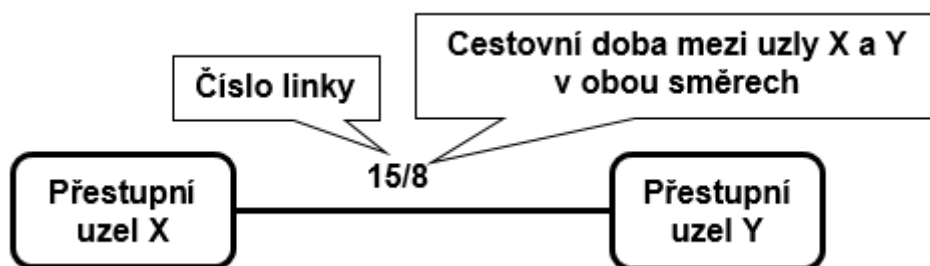
4.2 Tvorba koordinační sítě

Prvním krokem při řešení koordinačních úloh, ve smyslu předložené metodiky, je tvorba koordinační sítě. Při tvorbě koordinační sítě je možno velice účelně využít poznatky vycházející z matematické disciplíny – teorie grafů. Koordinací sít' může mít

podobu hranově ohodnoceného neorientovaného grafu, orientovaného grafu (digrafu) nebo smíšeného grafu (migrafu).

V teorii grafů existuje více způsobů reprezentace grafů. Z nich se pro účely tvorby koordinační sítě jako nejnázornější jeví způsob využívající tzv. diagram grafu, tzn. koordinační síť je reprezentována schématem obsahujícím vrcholy a hrany (ať již neorientované nebo orientované).

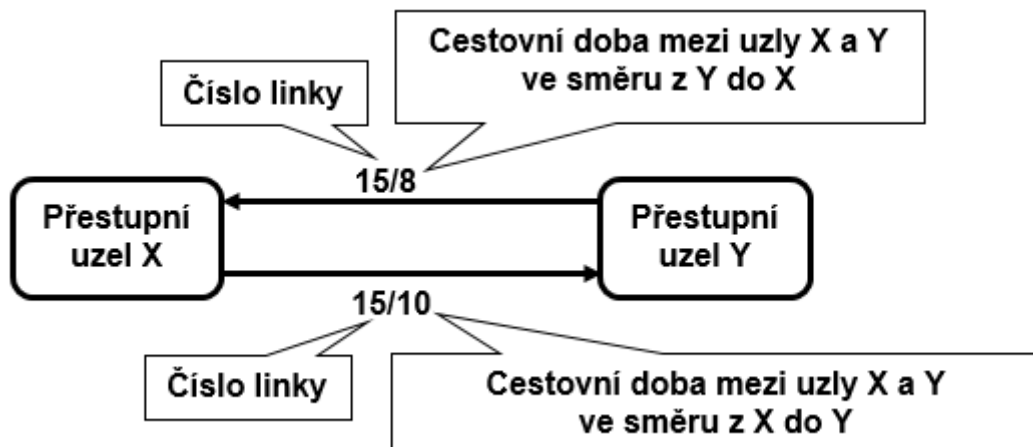
Vrcholy v grafu reprezentují v koordinační síti místa významná z hlediska síťové uzlové časové koordinace spojů (přestupní uzly), hrany v koordinační síti reprezentují segmenty dopravní sítě odpovídající trasám linek, jejichž spoje jsou v definovaných místech linkové sítě (přestupních uzlech) koordinovány. Ohodnocení hran odpovídá cestovním dobám mezi místy sítě, ve kterých jsou spoje různých linek koordinovány. Volba typu grafu reprezentujícího síť je závislá na konkrétních provozních podmínkách, které se v koordinační síti vyskytují z hlediska linkového vedení. Jsou-li cestovní doby spojů koordinovaných linek mezi dvěma uzly pro oba směry stejné, je typem grafu vhodného pro konstrukci koordinační sítě neorientovaný hranově ohodnocený graf, viz situace znázorněná na Obr. č. 4.1.



Obr. č. 4.1: Příklad neorientovaného grafu reprezentujícího fragment koordinační sítě

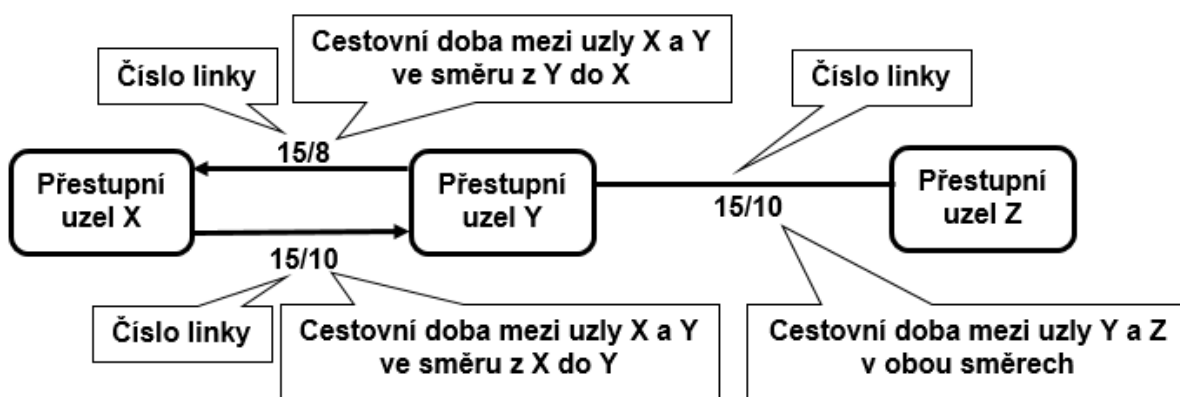
Ohodnocení hran je vhodné uvádět jako dvojici znaků oddělených lomítkem. Znak před lomítkem reprezentuje označení (zpravidla čísla) linek, jejichž trasy vzájemně propojují přestupní uzly. Znak (číslo) za lomítkem reprezentuje cestovní dobu uváděnou v předem zvolených časových jednotkách (zpravidla minutách).

Jsou-li cestovní doby spojů koordinovaných linek pro každý úsek pro oba směry rozdílné, potom je typem grafu vhodného pro konstrukci koordinační sítě orientovaný graf (digraf), viz situace znázorněná na Obr. č. 4.2.



Obr. č. 4.2: Příklad orientovaného grafu reprezentujícího fragment koordinační sítě

Vyskytují-li se v koordinační síti úseky, ve kterých jsou cestovní doby spojů koordinovaných linek pro oba směry stejné, a současně úseky, ve kterých jsou cestovní doby spojů koordinovaných linek pro oba směry rozdílné, potom je typem grafu vhodného pro konstrukci koordinační sítě smíšený graf (migraf), viz situace znázorněná na Obr. č. 4.3.



Obr. č. 4.3: Příklad smíšeného grafu reprezentujícího fragment koordinační sítě

Pod pojmem rozdílnost cestovních dob jsou zahrnuty i situace, ve kterých jsou úseky dané linky obsluhovány pouze v jednom směru (vyskytuje se u tzv. okružních linek, vyjma případů, kdy se vyskytují dvě protisměrné okružní linky charakteristické stejnými cestovními dobami mezi místy síťové uzlové časové koordinace).

Neorientovaný graf, digraf nebo migraf může být podle konkrétních podmínek nahrazen jiným typem grafu označovaným jako multigraf, multidigraf nebo multimigraf.

Předpona multi charakterizuje např. situaci, kdy mezi dvěma místy důležitými z hlediska koordinace existuje více úseků charakteristických různými cestovními dobami pro stejný směr nebo i pro různé směry.

Základním požadavkem uplatňovaným při tvorbě koordinační sítě je, aby koordinační síť, na straně jedné, obsahovala maximum informací důležitých z hlediska navazujícího optimalizačního výpočtu a na straně druhé, aby byla, pokud možno, co nejpřehlednější. Je tedy třeba zabývat se volbou vhodného popisu koordinační sítě a redukce vstupních dat na nezbytné minimum.

V první řadě není nutné zahrnovat do matematického modelu uzly reprezentující konečné zastávky. Jejich zahrnutí na straně jedné nemá žádný vliv na výsledek optimalizačního výpočtu a na straně druhé snižuje přehlednost sítě jako celku. Časy příjezdů na cílové konečné zastávky a časy odjezdů spojů z výchozích konečných zastávek je možné dovést jednoduše, a to přičtením hodnot cestovních dob z přestupních uzlů obsluhovaných jako posledních v pořadí na trasách linek na cílové konečné zastávky, nebo odečtením hodnot cestovních dob z výchozích konečných zastávek do přestupních uzlů obsluhovaných jako prvních v pořadí od časů obsluh přestupních uzlů obsluhovaných na trasách linek v daném směru jako prvních v pořadí.

Do koordinační sítě je dále účelné zavádět pouze linky, které mají na trase alespoň dva přestupní uzly se současně probíhající koordinací (spoje dané linky jsou koordinovány se spoji jiných linek ve více než jednom uzlu současně). Uzel na trase linky je tedy možno považovat za přestupní uzel s probíhající koordinací, projíždějí-li jím ještě spoje jiných linek, ze kterých se na spoje dané linky přestupuje, nebo na které se ze spojů na dané lince přestupuje, přičemž uvedené linky jsou předmětem koordinace ještě v jiných uzlech.

V případě linek, na jejichž trase se nachází pouze jeden přestupní uzel, je možno provést síťovou uzlovou časovou koordinaci odděleně od předchozí (hlavní) úlohy síťové uzlové časové koordinace a to tak, že je sestavena a řešena samostatná optimalizační úloha obsahující jeden přestupní uzel, do které budou zahrnuty požadované koordinační vazby, ale časové posuny spojů u koordinovaných linek

budou umožněny pouze v případě linky, která nebyla součástí předchozí (hlavní) úlohy o síťové uzlové časové koordinaci. Obsluhuje-li stejný přestupní uzel více linek, které nebyly zahrnuty do úlohy síťové uzlové časové koordinace, je možno do jedné optimalizační úlohy zahrnout všechny uvedené linky, na nichž síťová uzlová časová koordinace dosud nebyla provedena.

5 OBECNÉ ÚVAHY VEDOUcí KE KONSTRUKCI MODELU PRO SÍŤOVOU UZLOVOU ČASOVOU KOORDINACI

Metodika se zaměřuje provozní situace, kdy jsou koordinované spoje na linkách vedeny v takttech, jejichž hodnoty dosáhnou minimálně 5 minut. Metodika je použitelná i při existenci nižších hodnot taktů, nicméně v daných případech pozbývá síťová uzlová časová koordinace svého významu, protože četnosti spojů na příjíždějících a odjíždějících linkách, mezi kterými cestující v koordinačním období přestupují, jsou vysoké, a tedy doba čekání přestupujících cestujících je pro ně natolik krátká, že je pro ně běžně akceptovatelná.

Je-li přestupní uzel na trase linky uzlem tranzitním, tzn., že vozidlo po příjezdu do přestupního uzlu, výstupu a nástupu cestujících pokračuje dále na trase téhož spoje na stejné lince, je v metodice uvažováno, že čas příjezdu a odjezdu konkrétního spoje do/z přestupního uzlu je vyjádřen stejným časovým údajem. V metodice je tedy předpokládáno, že časy příjezdu a odjezdu téhož spoje téže linky v témže směru jsou ve stejných časových polohách (což odpovídá standardním podmínkám MHD, ve kterých se neuplatňuje rozdílnost jako např. v příměstské nebo dálkové autobusové dopravě, železniční dopravě apod.). Z uvedeného důvodu jsou pojmy čas příjezdu spoje do přestupního uzlu a čas odjezdu spoje z přestupního uzlu nahrazeny pojmem čas obsluhy přestupního uzlu spojem.

Smysluplnost řešení úloh o síťové uzlové časové koordinaci je podmíněna existencí možnosti měnit alespoň u jednoho ze spojů jeho časovou polohu. Prostředkem síťové uzlové časové koordinace je tedy změna časových poloh spojů koordinovaných linek obsluhujících přestupní uzly. V případě existence taktového provozu je smysluplnost řešení úloh podmíněna existencí možnosti měnit časové polohy alespoň u spojů jedné z koordinovaných linek. Z předchozí věty plyne, že zahrnovat do síťové uzlové časové koordinace dvojice linek, mezi kterými se přestupuje, u jejichž spojů neexistuje možnost změn časových poloh spojů, je bezpředmětné, protože aktuální řešení (aktuální jízdní řád dotčených linek) je řešením optimálním.

5.1 Volba a vysvětlení principu optimalizačního kritéria

V kapitole 3 byl obecně charakterizován základní význam optimalizačního kritéria v průběhu optimalizačního výpočtu. Optimalizační kritérium je tedy veličina, jejíž hodnota charakterizuje kvalitu konkrétního řešení úlohy, přičemž konkrétním řešením se v případě úloh o síťové uzlové časové koordinaci rozumí plán časových poloh spojů koordinovaných linek (tedy jízdní řády koordinovaných linek) vedených v taktu. Účelová funkce reprezentující optimalizační kritérium musí reprezentovat oprávněný zájem zadavatelů, kterými v případě úloh o síťové uzlové časové koordinaci jsou dopravní podniky nebo organizátoři veřejné hromadné dopravy. V případě úloh o síťové uzlové časové koordinaci je klíčové, aby oprávněný zájem zadavatele byl co možná nejvíce v souladu s oprávněným zájmem koncových uživatelů poskytované služby, v tomto případě je poskytovanou službou veřejná hromadná doprava a jejími koncovými uživateli jsou cestující využívající spoje koordinovaných linek k cestám do zaměstnání, za vzděláním, kulturou, volnočasovými aktivitami apod.

Aby se nesnižovala konkurenceschopnost veřejné hromadné dopravy, musí být veřejná hromadná doprava pro cestující dostatečně atraktivní a tím i konkurenceschopná ve vztahu k individuální automobilové dopravě. Atraktivita veřejné hromadné dopravy je koncovými uživateli posuzována podle celé řady kritérií, z pohledu řešeného projektu přichází v úvahu časové kritérium, konkrétně celková doba přemístění mezi zdroji a cíli cest koncových uživatelů.

Celkovou dobu přemístění konkrétního cestujícího je možno formulovat v obecné poloze vztahem (5.1) [3]:

$$t_p = t_1 + t_{\zeta} + t_{dp} + t_{pre} + t_2 \quad (5.1)$$

kde:

t_p celková doba přemístění cestujícího ze zdroje přemístění do cíle přemístění [min],

- t_1 doba chůze cestujícího od zdroje přemístění k první nástupní zastávce VHD na jeho trase [min],
- $t_{\check{c}}$ doba čekání cestujícího na nejbližší spoj na první zastávce trasy do cíle přemístění [min],
- t_{dp} celková doba pobytu cestujícího v dopravním prostředku (doba přepravy) na trasách veřejné hromadné dopravy ze zdroje přemístění do cíle přemístění, [min],
- t_{pre} celková doba přestupů cestujícího na trase využitých linek VHD (doba chůze cestujícího a doba čekání cestujícího na spoj při přestupu) [min],
- t_2 doba chůze cestujícího od poslední výstupní zastávky VHD na jeho trase k cíli přemístění [min].

Celkovou dobu přemístění všech uživatelů je potom možno formulovat v obecné poloze s využitím vztahu (5.2):

$$\sum_{i \in I} t_{p_i} = \sum_{i \in I} (t_{1_i} + t_{\check{c}_i} + t_{dp_i} + t_{pre_i} + t_{2_i}) \quad (5.2)$$

kde:

- I množina cestujících využívajících VHD,
- t_{p_i} celková doba přemístění cestujícího $i \in I$ ze zdroje přemístění do cíle přemístění [min],
- t_{1_i} doba chůze cestujícího $i \in I$ od zdroje přemístění k první nástupní zastávce VHD na jeho trase [min],
- $t_{\check{c}_i}$ doba čekání cestujícího $i \in I$ na nejbližší spoj na první zastávce trasy do cíle přemístění [min],
- t_{dp_i} celková doba pobytu cestujícího $i \in I$ v dopravním prostředku (doba přepravy cestujícího $i \in I$) na trasách veřejné hromadné dopravy ze zdroje přemístění do cíle přemístění [min],
- t_{pre_i} celková doba přestupů cestujícího $i \in I$ na trase využitých linek VHD (doba chůze cestujícího $i \in I$ a doba čekání cestujícího $i \in I$ na spoj při přestupu), [min],

t_{2_i} doba chůze cestujícího $i \in I$ od poslední výstupní zastávky VHD na jeho trase k cíli přemístění [min].

Jelikož doby chůze cestujících od zdrojů přemístění k nástupním zastávkám spojů linek veřejné hromadné dopravy, na kterých cestující do systému veřejné hromadné dopravy na jejich trasách do cílů přemístění vstupují, doby chůze cestujících od výstupních zastávek veřejné hromadné dopravy, na kterých cestující systém veřejné hromadné dopravy na jejich trasách do cílů přemístění opouštějí k cílům přemístění a celkové doby pobytů cestujících v dopravních prostředcích (definované jízdním řádem) jsou nezávislé na časových polohách spojů, lze celkovou dobu přemístění snižovat pouze prostřednictvím členů t_{pre} ve vztazích (5.1) a $\sum_{i \in I} t_{pre_i}$ (5.2) reprezentujících celkové doby přestupů cestujících. I v celkových dobách přestupů cestujících se však vyskytuje časová složka nezávislá na časových polohách spojů a časová složka závislá na časových polohách spojů. Za časovou složku nezávislou na časových polohách spojů lze považovat doby chůze cestujících v přestupních uzlech (přestupní doba) a za časovou složku závislou lze považovat dobu čekání cestujících na nejbližší navazující spoje v přestupních uzlech, jejichž trasy vedou k cíli přemístění. Doby čekání cestujících na nejbližší navazující spoje v přestupních uzlech reprezentují časové ztráty cestujících, jsou tedy faktorem snižujícím atraktivitu, a tedy i konkurenceschopnost VHD. Tedy také účelová funkce musí reprezentovat celkovou časovou ztrátu všech přestupujících cestujících, kteří v rámci svých cest mezi spoji více linek přestupují, a při těchto přestupech v přestupních uzlech vyčkávají příjezdů nejbližších navazujících spojů, kterými pokračují do cílů svých cest (přemístění). Úkolem zadavatelů, a tedy i řešitelů, pochopitelně, je celkovou časovou ztrátu cestujících přestupujících v přestupních uzlech co nejvíce zkrátit. Cílem optimalizačního výpočtu je tedy, terminologií optimalizačních metod, hodnotu celkové časové ztráty všech cestujících přestupujících ve všech přestupních uzlech minimalizovat. Aby bylo možno realizovat minimalizaci celkové časové ztráty všech cestujících přestupujících ve všech přestupních uzlech, zbývá ještě odpovědět na otázku, jakým způsobem má být celková časová ztráta všech cestujících přestupujících ve všech přestupních uzlech kvantifikována.

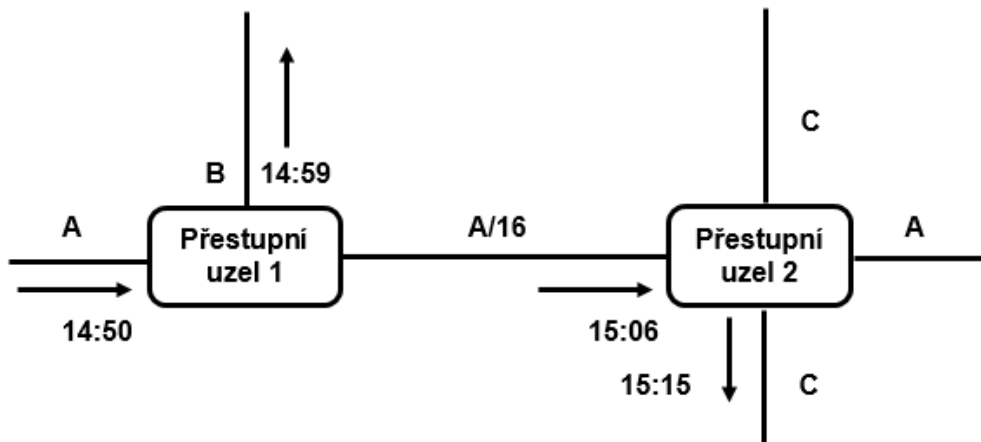
Dopravní praxe ukazuje, že přestupy cestujících realizované v různých přestupních uzlech, ale také při různých koordinačních vazbách ve stejných přestupních uzlech v sítích VHD nemají stejnou důležitost. Není totiž totéž, když při přestupu mezi spoji dvou linek čeká v určitém přestupním uzlu na navazující spoj např. 1 cestující, a když při přestupu mezi spoji dvou linek čeká po stejnou dobu ve stejném přestupním uzlu např. 100 cestujících. Účelová funkce, tedy kromě doby čekání, musí zohledňovat i váhy přestupů reprezentované právě počty přestupujících cestujících. Mají-li přestupy různou důležitost, potom také optimalizační metoda může po ukončení optimalizačního výpočtu navrhnout takové časové polohy spojů koordinovaných linek, kdy při přestupech s nižšími počty přestupujících cestujících bude vznikat delší čekání než při přestupech s vyššími počty přestupujících cestujících. Jednotkou účelové funkce budou tedy osobominuty. Princip výpočtu časové ztráty bude demonstrován na Příkladu 5.1.

Protože však pro počty cestujících přestupujících v uzlech mezi spoji různých linek je charakteristická určitá variabilita (tedy počty cestujících přestupujících v uzlech mezi stejnými spoji uvedených linek mohou být v různých dnech i ve stejném časovém období rozdílné), je žádoucí volit reprezentativní hodnotu, kterou může být např. průměrný počet přestupujících cestujících připadajících na jeden přestup vypočítaný jako aritmetický průměr počtů přestupujících cestujících za zvolené delší časové období (např. týden, měsíc) připadající na jeden přestup nebo kumulativní počet přestupujících cestujících za uvedené období.

Uvažujme následující příklad.

Příklad 5.1

V koordinační síti je definována dvojice přestupních uzlů $u = 1,2$ ležících na trasách linek určitých směrů, kdy linky, pro názornost odchylně od doporučení provedeného v kapitole 4, označíme např. písmeny A, B, C. Situaci podrobně zachycuje Obr. č. 5.1.



Obr. č. 5.1: Schéma koordinační sítě pro příklad 5.1

Na každé z uvedených linek uvažujme jeden spoj a předpokládejme, že v přestupním uzlu 1 ze spoje linky označené A přestupuje f_{1A} cestujících na spoj linky označené B daného směru a v přestupním uzlu 2 z linky označené A téhož směru přestupuje f_{2A} cestujících na spoj linky označené C daného směru.

Přestupní uzly 1 a 2 jsou nácestnými zastávkami spoje linky označené A, přestupní uzel 1 je z pohledu vedení trasy linky výchozí konečnou zastávkou spoje linky označené B a přestupní uzel 2 je nácestnou zastávkou spoje linky označené C. Šipky reprezentují směry jízdy spojů koordinovaných linek.

Nechť $f_{1A} = 10$ a $f_{2A} = 5$ jsou hodnoty přestupujících cestujících ze spoje linky označené A na spoj linky označené B (f_{1A}) v přestupním uzlu 1 a přestupujících cestujících ze spoje linky označené A na spoj linky označené C v přestupním uzlu 2. Předpokládejme, že jízdní řády spojů uvedených tří koordinovaných linek jsou koncipovány tak, že spoj linky označené A obsluhuje přestupní uzel 1 v čase 14:50 a přestupní uzel 2 v čase 15:06. Dále předpokládejme, že nejbližší navazující spoj linky označené B obsluhuje přestupní uzel 1 v čase 14:59 a nejbližší navazující spoj linky označené C obsluhuje přestupní uzel 2 v čase 15:15. Uvažujme, že v případě přestupního uzlu 1 linky označené A a B nesdílejí společné stanoviště a přestupní doba (časová náročnost přechodu) mezi stanovištěm linky označené A a stanovištěm linky označené B činí 4 minuty a v případě přestupního uzlu 2 linky označené A a C sdílejí společné stanoviště, tedy přestupní doba (časová náročnost přechodu)

mezi stanovištěm linky označené A a stanovištěm linky označené C je zanedbatelná (např. obě vozidla mohou zastavit za sebou při kapacitě stání např. 2 vozidla), tedy doba potřebná k přechodu mezi stanovištěm linky označené A a stanovištěm linky označené C je uvažována 0 minut.

Přijedou-li cestující spojem linky označené A do přestupního uzlu 1 v čase 14:50 a časová náročnost přechodu mezi stanovištěm linky označené A a stanovištěm linky označené B činí 4 minuty, potom se cestující dostaví na stanoviště linky označené B v čase 14:54 a jejich čekání na nejbližší navazující spoj odjíždějící v čase 14:59 činí 5 minut. Z pohledu přestupujících cestujících by však bylo chybou, kdybychom uvažovali časovou ztrátu 5 minut bez ohledu na počet čekajících cestujících. Protože časové polohy spojů ve stávajícím jízdním řádu vygenerují pro každého cestujícího časovou ztrátu 5 minut, bude při 10 přestupujících cestujících a při časové ztrátě 5 minut pro každého vygenerována celková časová ztráta 50 osobominut. Tato hodnota vznikne součinem počtu přestupujících cestujících a vygenerovanou dobou čekání. Analogicky vypočítáme celkovou časovou ztrátu pro cestující, kteří přestupují ze spoje linky označené A na spoj linky označené C v přestupním uzlu 2. Přijede-li 5 přestupujících cestujících spojem linky označené A do přestupního uzlu 2 v čase 15:06 a časová náročnost přechodu mezi stanovištěm linky označené A a stanovištěm linky označené C činí 0 minut, potom je časová poloha spoje linky označené A (15.06) od časové polohy spoje linky označené C (15.15) vzdálena o 9 minut a tedy pro každého z přestupujících cestujících tyto časové polohy vygenerují čekání na nejbližší navazující spoj linky označené C odjíždějící v čase 15:15 časovou ztrátu 9 osobominut, tedy celková časová ztráta všech 5 přestupujících cestujících má hodnotu 45 osobominut. Celková časová ztráta cestujících přestupujících v obou přestupních uzlech tedy činí $50 + 45 = 95$ osobominut.

Celková časová ztráta cestujících přestupujících v obou přestupních uzlech tedy vzniká jako součet celkových časových ztrát generovaných ve všech přestupních uzlech, v nichž probíhá síťová uzlová časová koordinace.

V kapitole 2 věnované předmětu metodiky bylo uvedeno, že aby bylo smysluplné řešit úlohy o síťové uzlové časové koordinaci, musí být alespoň u jednoho spoje jedné linky

umožněna změna jeho časové polohy. Pokud tomu tak není, reprezentují aktuální jízdní řády řešení optimální. Možné změny časových poloh spoju se v úlohách o síťové uzlové časové koordinaci promítnou prostřednictvím změn časů obsluh přestupních uzlů nacházejících se na trasách koordinovaných linek. Princip vzájemné vazby mezi možnostmi časových posunů spoju koordinovaných linek a hodnotou účelové funkce bude vysvětlen na Příkladu 5.2.

Příklad 5.2

Předpokládejme možné změny časových poloh spoje na lince označené A v intervalu $\langle -4; +2 \rangle$ minut, v případě spoje na lince označené B v intervalu $\langle -0; +0 \rangle$ minut a v případě spoje na lince označené C v intervalu $\langle -1; +2 \rangle$ minuty. To ve skutečnosti znamená, že čas obsluhy přestupního uzlu 1 spojem linky označené A se může uskutečnit nejdříve v čase 14:46 a nejpozději v čase 14:52 a čas obsluhy přestupního uzlu 2 spojem linky označené A se může uskutečnit nejdříve v čase 15:02 a nejpozději v čase 15:08. Čas obsluhy přestupního uzlu 1 spojem linky označené B se může uskutečnit nejdříve v čase 14:59 a nejpozději v čase 14:59 (časovou polohu spoje linky označené B není možno měnit) a čas obsluhy přestupního uzlu 2 spojem linky označené C se může uskutečnit nejdříve v čase 15:14 a nejpozději v čase 15:17. Doba čekání cestujících přestupujících ze spoje linky označené A na spoj linky označené B v přestupním uzlu 1 v aktuálním stavu činí 4 minuty. Realizujme za účelem snížení celkové časové ztráty přestupujících cestujících v dalším postupu změnu časové polohy spoje linky označené A v přípustné hodnotě +2 minuty (tím obsluhu přestupního uzlu 1 spojem linky označené A posuneme do nejzazší časové polohy) a sledujme, jak se změní hodnota celkové časové ztráty všech přestupujících cestujících v obou přestupních uzlech. Přesunem spoje linky označené A do nejzazší časové polohy dostáváme obsluhu přestupního uzlu 1 v čase 14:52 a obsluhu přestupního uzlu 2 v čase 15:08. Hodnota celkové časové ztráty všech cestujících přestupujících v přestupním uzlu 1 bude nově 30 osobominut a hodnota celkové časové ztráty všech cestujících přestupujících v přestupním uzlu 2 bude nově 35 osobominut, tedy celková časová ztráta všech cestujících přestupujících v obou přestupních uzlech bude nově

činit 65 osobominut. Protože původní hodnota celkové časové ztráty všech cestujících přestupujících v obou přestupních uzlech činila 95 osobominut, došlo realizací změny časové polohy spoje linky označené A ke snížení hodnoty účelové funkce o 30 osobominut, vidíme tedy, že síťová uzlová časová koordinace v přestupním uzlu 1 přinesla snížení celkové časové ztráty přestupujících cestujících, a tedy také zvýšení atraktivity a následně i časové konkurenceschopnosti koordinovaných spojů veřejné hromadné dopravy. Všimněme si dále, že v případě přestupního uzlu 1 došlo realizací časového posunu spoje linky označené A ke snížení celkové časové ztráty z 50 osobominut na 30 osobominut a v případě přestupního uzlu 2 došlo realizací časového posunu spoje linky označené A ke snížení celkové časové ztráty ze 45 osobominut na 35 osobominut. Tedy, že změnou časové polohy spoje o stejnou hodnotu v obou přestupních uzlech došlo k různým hodnotám snížení dílčích časových ztrát. V případě přestupního uzlu 1 došlo ke vzniku významnějšího snížení celkové časové ztráty než v případě přestupního uzlu 2, což koresponduje s obecnou úvahou, podle které ovlivňuje výši časové ztráty i počet přestupujících cestujících. Zatímco absolutní hodnota časové ztráty se v obou případech sníží o 2 minuty (protože spoj linky označené A je posunut o +2 minuty, což se promítne v obou přestupních uzlech stejně), hodnota snížení celkové časové ztráty v přestupním uzlu 1 je 2x vyšší než hodnota snížení celkové časové ztráty v přestupním uzlu 2, protože v přestupním uzlu 1 přestupuje dvojnásobný počet cestujících než v přestupním uzlu 2 a tedy, za každou uspořenou minutu časové ztráty se celková časová ztráta v přestupním uzlu 1 sníží o dvojnásobek časové ztráty v přestupním uzlu 2.

Zbývá ještě rozhodnout, zda realizací časového posunu spoje linky označené A o velikosti +2 minuty bylo dosaženo časových poloh spojů, které skutečně generují minimální hodnotu celkové časové ztráty v obou přestupních uzlech. Aby bylo dosaženo minimální hodnoty celkové časové ztráty v obou přestupních uzlech, nesmí nastat případ, kdy by bylo možno časové polohy koordinovaných spojů k sobě ještě více přiblížit. Uvedený demonstrační příklad je natolik názorný a jednoduchý, že i bez použití optimalizačního výpočtu je možno poměrně jednoduše zjistit, že časových poloh generujících minimální hodnotu celkové časové ztráty v obou přestupních uzlech ještě stále nebylo dosaženo. Existuje totiž ještě další možnost, jak

časové polohy spojů k sobě přiblížit. Snížení celkové časové ztráty v přestupním uzlu 1 již nelze docílit, neboť spoj linky označené B, na který se v přestupním uzlu 1 ze spoje linky označené A přestupuje, časovou polohu nemůže změnit tak, aby došlo k přiblížení časových poloh obou spojů linek označených A a B. Kde však lze dosáhnout snížení hodnoty celkové časové ztráty, je v přestupním uzlu 2. Z intervalu $\langle -1; +2 \rangle$ minuty definujícího možné změny časové polohy spoje linky označené C totiž plyne, že čas obsluhy přestupního uzlu 2 spojem dané linky lze uspišit o 1 minutu, tj. lze provést jeho přesun z časové polohy 15:15 do časové polohy 15:14. Vzhledem k počtu cestujících přestupujících v přestupním uzlu 2, kterých je 5, přinese uspišení času obsluhy přestupního uzlu 2 spojem linky označené C o 1 minutu snížení celkové časové ztráty v přestupním uzlu 2 o dalších 5 osobominut, tedy celková časová ztráta cestujících přestupujících v obou přestupních uzlech dosáhne po obou realizovaných změnách (časovém posunu spoje linky označené A o +2 minuty a časovém posunu spoje linky označené C o -1 minutu) výslednou minimální hodnotu 60 osobominut.

Účelová funkce má součtový tvar. V této souvislosti je však třeba upozornit na jedno úskalí uvedeného principu. To, paradoxně, souvisí s výše uvedenou důležitostí koordinačních vazeb. Při jejich zohlednění je totiž možné, že některé koordinační vazby s významnou důležitostí (velkými počty přestupujících cestujících) mohou být před koordinačními vazbami s málo významnou důležitostí preferovány natolik, že celková časová ztráta u koordinačních vazeb s málo významnou důležitostí může pro přestupující cestující překročit maximálně akceptovatelnou hodnotu, což může způsobit i zánik koordinační vazby zapříčiněný ztrátou zájmu cestujících o veřejnou hromadnou dopravu. V takovém případě je nutno optimalizační přístup doplnit o další limitující faktory, které zabrání tomu, že ke vzniku neakceptovatelné hodnoty časové ztráty nebude docházet. V případě zařazení takové podmínky do optimalizačního modelu je však třeba mít na paměti, že zařazení uvedeného typu omezení může způsobit nežádoucí odchylku od optimálního řešení z pohledu celkové časové ztráty (zvýšení hodnoty celkové časové ztráty).

Jak již bylo obecně uvedeno v kapitole 3, je nedílnou součástí účelové funkce rovněž požadavek na hledaný typ extrému. Z výše uvedených příkladů a povahy optimalizované veličiny vyplývá, že účelným typem hledaného extrému veličiny, kterou

je celková časová ztráta přestupujících cestujících ve všech přestupních uzlech, bude minimum.

Jestliže cestující v přestupním uzlu přestupují na spoje jedoucí do jednoho směru, je situace jednoduchá, protože není nutno rozlišovat směr. V případě, že cestující v přestupním uzlu přestupují do více směrů, je nutno směry vzájemně rozlišovat. Vyskytnou-li se v síti přestupní uzly, ve kterých se přestupuje do více směrů, a paralelně s nimi přestupní uzly, ve kterých se přestupuje do jednoho směru, je z hlediska tvorby modelu žádoucí zachovávat jednotný přístup, tzn. uvažovat se směrem i v případě přestupního uzlu, ve kterém cestující přestupují pouze do jednoho směru.

5.2 Limitující faktory

Jak již bylo uvedeno v kapitole 3, limitující faktory vymezují množinu přípustných řešení v řešené úloze. Limitující faktory jsou v podmínkách matematických modelů reprezentovány tzv. omezujícími podmínkami.

Přípustné řešení v řešené úloze je charakteristické následujícími limitujícími faktory.

V první řadě nesmí být ze spojů přijíždějících linek vytvořeny přípoje na spoje, jejichž časy odjezdů z přestupního uzlu dle jízdního řádu nastávají dříve, než jsou časy příjezdů spojů dle jízdního řádu, ze kterých se přestupuje. Dalším limitujícím faktorem je umožnění takových časových posunů spojů, které vyhovují intervalům, v nichž je možno časové posuny spojů realizovat. V případě méně významných koordinačních vazeb s neakceptovatelnými hodnotami časových ztrát přestupujících cestujících je nutno zahrnout i podmínky, které zajistí nepřekročení maximální akceptovatelné hodnoty časové ztráty.

Limitujícími faktory jsou dále definiční obory proměnných, které v navržených modelech reprezentují rozhodnutí, příp. vytvářejí logické vazby mezi hodnotami proměnných. Nezbytnou součástí soustavy omezujících podmínek budou také vazební podmínky, které budou vytvářet vazbu soustavy omezujících podmínek na účelovou funkci, jejíž hodnota je v rámci optimalizačního výpočtu minimalizována.

6 METODIKA TVORBY OPTIMALIZAČNÍHO MODELU

Při koordinaci spojů v přestupních uzlech s využitím v této metodice uvedených přístupů, přičemž při tvorbě modelů bylo vycházeno z [4], je zapotřebí účelně dbát na minimalizaci velikosti optimalizačního modelu. S rostoucí velikostí optimalizačního modelu roste totiž rovněž i výpočetní náročnost, tedy zvyšují se nároky na využívání operační paměti PC a prodlužuje se doba výpočtu. Při překročení určité velikosti optimalizačního modelu může také nastat situace, že optimálního řešení nebude možno, s ohledem na kapacitní možnosti výpočetní techniky, dosáhnout.

Velikost optimalizačního modelu je v obecné poloze posuzována počtem strukturálních omezujících podmínek a použitých proměnných (zejména celočíselných). V koordinačních úlohách závisí počet podmínek a počet celočíselných (v tomto případě bivalentních) proměnných na počtech spojů, přičemž platí, že se zvyšujícím se počtem spojů zahrnutých do optimalizačního výpočtu narůstá také počet strukturálních omezujících podmínek a počet bivalentních proměnných. V podmínkách taktového provozu má řešitel situaci zjednodušenou tím, že pro modelování posunů všech spojů konkrétní linky jedoucích v konkrétním směru v průběhu koordinační periody je možno zavést stejnou proměnnou.

Před zahájením procesu zadávání vstupních dat do optimalizačního modelu je nutno vyřešit některé problémy, které souvisejí s časovými a dalšími aspekty ovlivňujícími průběh optimalizačního výpočtu. Těmito aspekty ovlivňujícími průběh optimalizačního výpočtu jsou:

1. nastavení výchozích časových poloh spojů před zahájením optimalizačního výpočtu (viz podkapitola 6.1),
2. modelování času v matematickém modelu (viz podkapitola 6.2),
3. definování hodnot maximálních časových posunů spojů koordinovaných linek v koordinačním období (viz podkapitola 6.3),
4. identifikace nezbytného minima počtu spojů koordinovaných linek (viz podkapitola 6.4).

6.1 Nastavení výchozích časových poloh spojů před zahájením optimalizačního výpočtu

První problém způsobuje existence současně možného uspišení i opoždění času obsluhy přestupního uzlu konkrétním spojem. Protože ve smíšeném celočíselném lineárním programování obecně není možno pracovat se zápornými hodnotami proměnných (proměnné mají definiční obory R_0^+ , Z_0^+ a $\{0;1\}$), je problematické pomocí stejné proměnné reprezentující časový posun uvedeného spoje modelovat uspišení a současně také opoždění obsluhy přestupního uzlu uvedeným spojem.

Problém je řešitelný např. způsobem, že pro každý konkrétní spoj bude zavedena dvojice proměnných, přičemž jedna z nich bude modelovat posun spoje od stávající časové polohy do pozdější časové polohy a druhá z nich bude modelovat posun spoje od stávající časové polohy do dřívější časové polohy. Zavádění samostatných proměnných modelujících časové posuny spojů od stávajících časových poloh do pozdějších časových poloh a samostatných proměnných modelujících časové posuny spojů do dřívějších časových poloh v rámci předem definovaných intervalů je však zbytečně komplikované, protože počet proměnných v matematickém modelu by byl nadbytečný (uvažujeme-li zavedení dvojice proměnných pro všechny spoje koordinovaných linek v konkrétních směrech bez ohledu na skutečnost, zda jsou či nejsou posuny v daných směrech možné).

Z hlediska efektivity výpočtu a přehlednosti řešení je proto daleko vhodnější realizovat druhý způsob, který spočívá v přesunech všech koordinovaných spojů do jejich krajních časových poloh ještě před začátkem optimalizačního procesu (krajním časovým polohám odpovídají nejdříve možné nebo nejpozději přípustné časové polohy obsluh přestupních uzlů), což umožňuje využít pro časový posun spojů pouze jednu proměnnou, protože časové posuny spojů koordinovaných linek se budou uskutečňovat pouze v jednom směru. Princip matematického modelu nebrání posuny spojů do nejdříve možných nebo nejpozději přípustných časových poloh také

vzájemně kombinovat, z hlediska praktického řešení a přehlednosti však nelze uvedené kombinování proměnných doporučit. V dalším postupu bude v textu metodiky uvažováno s variantou přesunů spojů do nejdříve možných časových poloh.

Při realizaci posunů spojů do jejich krajních časových poloh (platí pro obě krajní časové polohy) před začátkem optimalizačního procesu je nutno ale mít na paměti, že skutečný časový posun spoje se může lišit od vypočítaného času posunu spoje. Je-li např. hodnota přípustného časového posunu konkrétního spoje vymezena uzavřeným intervalem $\langle -3; +5 \rangle$ minut, spoj před začátkem optimalizačního výpočtu přesuneme do nejdříve možné časové polohy a bude-li po ukončení optimalizačního výpočtu navržen časový posun +3 minuty, potom navrhovaná časová poloha spoje odpovídá aktuální časové poloze spoje, a tedy ke změně stávající časové polohy spoje ve skutečnosti nedochází.

6.2 Modelování času v matematickém modelu

Druhým problémem je modelování času pro potřeby optimalizačního software. Univerzální optimalizační software zpravidla při optimalizačních výpočtech nepracují s hodnotami času v reálném formátu, tj. hh:mm. Za tím účelem je pro koordinační periodu vhodné zavést tzv. vnitřní kalendář. Pojem vnitřní kalendář je obecně využívaným pojmem, který je využíván např. v síťové analýze.

V podmínkách řešených úloh zavedení vnitřního kalendáře znamená volbu určitého časového okamžiku, přičemž zvolenému časovému okamžiku je přidělena hodnota 0, od které se počítá čas ve zvolených časových jednotkách. Hodnota 0 může reprezentovat také např. půlnoc daného dne nebo jiný libovolný časový okamžik. V podmínkách řešených úloh bude hodnota 0 reprezentovat začátek koordinační periody. Zvolenou časovou jednotkou může být hodina nebo minuta, v rámci předložené metodiky bude zvolenou časovou jednotkou 1 minuta, což je výhodné nejen z hlediska dalších časových veličin používaných v modelu, např. hodnot taktů, které jsou běžně udávány v minutách, ale je to zároveň rovněž obvyklé i z pohledu teoretických úvah provedených v podkapitole 5.1.

6.3 Definování hodnot maximálních časových posunů spojů koordinovaných linek v koordinační periodě

Dalším krokem při přípravě matematického modelu je identifikace časových hodnot, do kterých bude možno realizovat časové posuny spojů koordinovaných linek. Z hlediska optimalizačního výpočtu je podstatné identifikovat hodnoty maximálních časových posunů spojů koordinovaných linek. Klíčovými parametry pro identifikaci hodnot maximálních časových posunů spojů koordinovaných linek jsou:

1. hodnoty taktů mezi spoji koordinovaných linek uplatněných v koordinačním období,
2. hodnoty elementárních časových jednotek z hlediska časové koordinace na koordinovaných linkách.

Elementární časové jednotky se z hlediska časové koordinace mohou na koordinovaných linkách lišit, např. v případě tramvajových, trolejbusových a autobusových linek je z hlediska časové koordinace zpravidla uplatňována elementární časová jednotka 1 minuta, v případě metra je z hlediska časové koordinace uplatňována elementární časová jednotka např. 30 s.

V kontextu uplatněného principu stanovení výchozích časových poloh spojů koordinovaných linek před zahájením optimalizačního výpočtu (tedy přesunů spojů do krajních poloh odpovídajících nejdříve možným časům obsluh přestupních uzlů) budou hodnoty maximálních časových posunů odpovídat nejzazším možným časovým polohám v rámci definovaných hodnot taktů. Maximální hodnotu časového posunu spojů na koordinované lince $i \in L$ (kde L reprezentuje množinu koordinovaných linek) je možno vypočítat ze vztahu (6.1):

$$T_i - e_i \quad (6.1)$$

kde:

T_i ... hodnota konstantního taktu nebo hodnota střídavého taktu na koordinované lince $i \in L$,

e_i ... hodnota elementární časové jednotky z hlediska časové koordinace na koordinované lince $i \in L$.

S využitím hodnot konstantního taktu a elementární časové jednotky z hlediska časové koordinace uplatňované na lince $i \in L$, je potom také možno vypočítat počet variantních časových poloh spojů využitelných v rámci jednoho taktu, a to ze vztahu (6.2):

$$\frac{T_i}{e_i} \quad (6.2)$$

Se zkracující se hodnotou elementární časové jednotky z hlediska časové koordinace dochází při zachování hodnoty taktu k nárůstu počtu variantních časových poloh spojů na koordinované lince umožňujících časové posuny spojů.

6.4 Identifikace nezbytného minima počtu spojů koordinovaných linek

Z hlediska řešitelnosti matematického modelu síťové uzlové časové koordinace je důležité, aby velikost modelu z hlediska počtu proměnných a počtu omezujících podmínek nebyla zbytečně rozsáhlá, protože čím rozsáhlejší je matematický model, tím spíše lze očekávat výpočetní komplikace po zahájení optimalizačního výpočtu. Protože velikost modelu je závislá především na počtu spojů, které jsou předmětem časové koordinace, je účelné omezit se při stanovení počtů spojů, které budou zařazeny do modelu síťové uzlové časové koordinace, na jejich nezbytné minimum.

Nezbytný počet spojů zařazených do koordinace je ovlivněn následujícími faktory:

1. hodnotou délky koordinační periody,
2. hodnotami taktů uplatňovaných na koordinovaných linkách,
3. typem taktů mezi sousedními spoji uplatňovaným na koordinovaných linkách,
4. hodnotami elementárních časových jednotek z hlediska časové koordinace uplatňovaných na koordinovaných linkách.

V každém případě je třeba dbát na skutečnost, že cestujícím musí být umožněno přestoupit (vytvořit koordinační vazby pro všechny cestující) ze všech spojů přijíždějících linek do přestupních uzlů, v nichž síťová uzlová časová koordinace probíhá.

Nezbytný počet spojů zařazených do koordinace odpovídá počtu spojů, jejichž časové polohy jsou součástí koordinační periody stanovené pro síť jako celek. Při identifikaci nezbytného počtu spojů zařazených do koordinace je tedy zapotřebí nejdříve vypočítat hodnotu koordinační periody stanovenou pro koordinovanou síť jako celek.

6.4.1 Výpočet hodnoty koordinační periody pro koordinovanou síť jako celek

Výpočtu hodnoty koordinační periody pro koordinovanou síť jako celek předchází výpočet hodnoty tzv. uzlových koordinačních period. Uzlová koordinační perioda se vypočítává samostatně pro každý uzel, ve kterém síťová uzlová časová koordinace probíhá.

Výpočet hodnoty uzlové koordinační periody

Výpočet hodnoty uzlové koordinační periody závisí především na typech taktů, které jsou uplatňovány na jednotlivých linkách koordinovaných v jednotlivých přestupních uzlech.

Nejjednodušším případem je provozní situace, kdy se mezi spoji všech koordinovaných linek uplatňují konstantní takty se stejnými hodnotami. Tedy, když je mezi spoji všech koordinovaných linek, mezi kterými je třeba zajistit koordinační vazby, uplatňován takt např. 20 minut. V takovém případě je hodnota uzlové koordinační periody rovna hodnotě taktu mezi spoji všech koordinovaných linek, tj. 20 minut.

V případě provozní situace, kdy se mezi spoji koordinovaných linek uplatňují různé hodnoty konstantních taktů, je hodnota uzlové koordinační periody vypočítána jako

nejmenší společný násobek hodnot taktů mezi spoji na koordinovaných linkách obsluhujících přestupní uzel. Postup řešení je demonstrován na příkladu 6.1

Příklad 6.1

Přestupní uzel je obsluhován spoji dvou koordinovaných linek s rozdílnými hodnotami taktů konstantních délek, a to 6 minut a 8 minut. Nejmenším společným násobkem hodnot 6 a 8 je hodnota 24. Uzlová koordinační perioda tedy bude mít hodnotu 24 minut.

V případě provozní situace, že je mezi spoji některých koordinovaných linek obsluhujících přestupní uzel uplatňován takt konstantní délky a paralelně s tím na některých linkách střídavý takt, je nutno délku uzlové koordinační periody vypočítat jako nejmenší společný násobek hodnot všech taktů konstantní délky obsluhujících daný přestupní uzel a hodnot dílčích koordinačních period uplatňovaných na všech linkách se střídavým taktem obsluhujících daný přestupní uzel. Postup řešení je demonstrován na příkladu 6.2.

Příklad 6.2

Přestupní uzel je obsluhován spoji dvou koordinovaných linek, přičemž na jedné z koordinovaných linek je uplatněn takt mezi spoji o délce 6 minut a na druhé z koordinovaných linek je uplatněn střídavý takt s periodicky se opakujícími hodnotami 7 a 8 minut (lhostejno v jakém pořadí). Výpočet hodnoty uzlové koordinační periody zahájíme výpočtem dílčí koordinační periody pro linku, na které je uplatněn střídavý takt. Hodnota dílčí koordinační periody pro linku se střídavým taktem činí (podle definice dílčí koordinační periody pro linku uvedené v kapitole 1) 15 minut (jedná se o součet jednotlivých hodnot střídavého taktu). Následně vypočítáme nejmenší společný násobek hodnoty konstantního taktu 6 minut a hodnoty dílčí koordinační periody 15 minut. Hodnota uzlové koordinační periody činí 30 minut.

V případě provozní situace, že je mezi spoji všech koordinovaných linek obsluhujících přestupní uzel uplatňován střídavý takt, je nutno hodnotu uzlové koordinační periody vypočítat jako nejmenší společný násobek dílčích koordinačních period pro linky obsluhující daný přestupní uzel, viz Příklad 6.3.

Příklad 6.3

Přestupní uzel je obsluhován spoji dvou koordinovaných linek, přičemž na obou koordinovaných linkách je uplatněn střídavý takt mezi spoji, na jedné z koordinovaných linek s periodicky se opakujícími hodnotami 30, 20 a 10 minut (lhostejno v jakém pořadí) a na druhé z koordinovaných linek s periodicky se opakujícími hodnotami 7 a 8 minut (lhostejno v jakém pořadí). Výpočet hodnoty uzlové koordinační periody zahájíme výpočtem dílčích koordinačních period pro jednotlivé linky. Hodnota dílčí koordinační periody pro linku s periodicky se opakujícími hodnotami 30, 20 a 10 minut činí 60 minut, hodnota dílčí koordinační periody pro linku s periodicky se opakujícími hodnotami 7 a 8 minut činí 15 minut. Následně vypočítáme nejmenší společný násobek hodnot dílčích koordinačních period pro obě linky 60 minut a 15 minut, hodnota nejmenšího společného násobku činí 60 minut a tedy také hodnota uzlové koordinační periody činí 60 minut.

Výpočet hodnoty koordinační periody pro koordinovanou síť jako celek

Koordinační perioda pro koordinovanou síť jako celek bude odpovídat nejmenšímu společnému násobku hodnot uzlových koordinačních period vypočítaných pro všechny přestupní uzly v koordinované síti. Postup výpočtu hodnoty koordinační periody pro koordinovanou síť jako celek ukážeme pro názornost na případu sítě obsahující dvojici přestupních uzlů propojených trasou linky, která je rovněž předmětem koordinace, viz Příklad 6.4.

Příklad 6.4

Uvažujme případ, ve kterém jsou v koordinované síti definovány dva přestupní uzly. Jeden z přestupních uzlů má definovanu uzlovou koordinační periodu o hodnotě 42 minut a druhý z přestupních uzlů má definovanu uzlovou koordinační periodu o hodnotě 56 minut. Úkolem je vypočítat hodnotu koordinační periody pro koordinovanou síť jako celek. Nejmenším společným násobkem hodnot 42 a 56 je hodnota 336 a tedy hodnota koordinační periody pro koordinovanou síť jako celek činí 336 minut.

Hodnoty koordinačních period pro koordinovanou síť jako celek se v případě výskytu střídavých taktů vypočítají analogicky, tj. jako nejmenší společný násobek hodnot uzlových koordinačních period vypočítaných s využitím dílčích koordinačních period pro linky (s výskytem střídavých taktů).

6.4.2 Výpočet minimálních počtů spojů na příjezdu a odjezdu do/z přestupního uzlu v koordinační periodě

Druhým krokem vedoucím k vytvoření optimalizačního modelu je výpočet počtů spojů koordinovaných linek v koordinační periodě. Při výpočtu počtů spojů zahrnutých do koordinace linek v přestupním uzlu v koordinační periodě musí být dodrženy dvě hlavní zásady:

1. počet spojů zahrnutých do koordinační periody musí charakterizovat provoz v celém koordinačním období,
2. z každého přijíždějícího spoje, který je předmětem koordinace, musí být zajištěn přestup alespoň na jeden odjíždějící spoj v rámci požadované koordinační vazby.

Zásada 2. stanoví, že musí být v koordinační periodě zajištěna možnost přestupu ze kteréhokoliv spoje příjíždějící linky alespoň na jeden spoj odjíždějící linky. Dodržení zásady 2 je nutno chápat jako základní podmínku funkčnosti matematického modelu. Je-li nutno zajistit možnost přestupu ze kteréhokoliv spoje příjíždějící linky, musí být toto umožněno i pro poslední spoj příjíždějící linky zahrnutý v koordinační periodě nacházející se v nejzazší možné časové poloze po případném časovém posunu.

Počty spojů na linkách zahrnutých do koordinační periody se vypočítají samostatně pro každou z linek, které jsou předmětem koordinace. Základem pro výpočet počtu spojů, které jsou předmětem koordinace, je délka koordinační periody K_p a hodnota taktu T_i mezi spoji na dané lince $i \in L$.

Při výpočtu počtů spojů je však nutno ještě rozlišovat dva základní případy:

1. na linkách, mezi nimiž koordinace spojů v přestupním uzlu probíhá, je zaveden konstantní takt,
2. na linkách, mezi nimiž koordinace spojů v přestupním uzlu probíhá, je zaveden střídavý takt.

Výpočet počtu spojů zahrnutých do koordinace v případě výskytů konstantních taktů

Uvažujme přestupní uzel $u \in U$, ve kterém je nutno zajistit síťovou uzlovou časovou koordinaci mezi příjíždějící linkou $i \in L_u$ a odjíždějící linkou $j \in L_u$.

Počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ zahrnutých do koordinační periody v přestupním uzlu $u \in U$, na které jsou spoje vedeny v konstantním taktu, vypočítáme ze vztahu (6.3):

$$n_{ui} = \frac{K_p}{T_i} \quad (6.3)$$

kde:

- n_{ui} počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody,
 K_p délka koordinační periody,

T_i hodnota konstantního taktu uplatněná na příjíždějící lince $i \in L_u$.

Následně vypočítáme nejzazší časovou polohu posledního spoje příjíždějící linky v koordinační periodě, a to ze vztahu (6.4):

$$t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i \quad (6.4)$$

kde:

t_{ui1} nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ prvním spojem příjíždějící linky $i \in L_u$ v koordinační periodě,

n_{ui} počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody,

T_i hodnota konstantního taktu uplatněná na příjíždějící lince $i \in L_u$,

a_i hodnota maximálního dovoleného posunu spojů na příjíždějící lince $i \in L_u$.

Pro nejzazší časovou polohu posledního spoje odjíždějící linky $j \in L_u$ musí platit vztah (6.5):

$$\begin{aligned} t_{uj1} + [(n_{uj} - 1) - 1] \cdot T_j + a_j < \\ < t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}} \leq \\ \leq t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j + a_j \end{aligned} \quad (6.5)$$

kde:

t_{ui1} nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ prvním spojem příjíždějící linky $i \in L_u$ v koordinační periodě,

t_{uj1} nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ prvním spojem odjíždějící linky $j \in L_u$ v koordinační periodě,

n_{ui} počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody,

n_{uj} počet spojů odjíždějící linky $j \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody,

T_i hodnota konstantního taktu uplatněná mezi spoji příjíždějící linky $i \in L_u$,

- T_j hodnota konstantního taktu uplatněná mezi spoji odjíždějící linky $j \in L_u$,
- a_i hodnota maximálního dovoleného posunu spojů na příjíždějící lince $i \in L_u$,
- a_j hodnota maximálního dovoleného posunu spojů na odjíždějící lince $j \in L_u$,
- $t_{prest_{uij}}$ hodnota přestupní doby mezi stanovištěm spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ a stanovištěm spojů odjíždějící linky $j \in L_u$ v přestupním uzlu $u \in U$ (předpokládá se vždy stejná hodnota přestupní doby pro každou dvojici spojů koordinovaných linek, což se vyskytuje např. v případech, kdy spoje koordinovaných linek mají v rámci přestupního uzlu vyčleněna stabilní stanoviště, u kterých zastavují).

Předchozí vztah je možno po úpravě psát také ve tvaru (6.6):

$$\begin{aligned} t_{uj1} + (n_{uj} - 2) \cdot T_j + a_j < t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}} \leq \\ \leq t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j + a_j \end{aligned} \quad (6.6)$$

Kontrolně lze položit

$$t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j = t_{ujn_j}$$

kde:

- t_{ujn_j} nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ posledním spojem odjíždějící linky $j \in L_u$ v koordinační periodě,

potom pro minimální počet spojů odjíždějící linky $j \in L_u$ zahrnutých do koordinace platí vztah (6.7):

$$n_{uj} = \frac{t_{ujn_j} - t_{uj1}}{T_j} + 1 \quad (6.7)$$

Výraz $\frac{t_{ujn_j} - t_{uj1}}{T_j}$ reprezentuje počet konstantních taktů, které se vyskytnou v rámci koordinační periody mezi spoji odjíždějící linky, a počet spojů ohraničující uvedený počet taktů je vždy o 1 vyšší.

Praktický postup výpočtu minimálních počtů spojů na koordinovaných linkách obsluhujících přestupní uzly bude demonstrován v následujících třech příkladech vztahujících se k obecnému uzlu $u \in U$. V prvním příkladu (Příklad 6.5) bude pro názornost postup výpočtu demonstrován podrobně v případě dvojice linek tvořících množinu L_u s požadavkem na vytvoření jedné koordinační vazby (ze spojů linky $i \in L_u$ na spoje linky $j \in L_u$). Ve druhém příkladu (Příklad 6.6) bude charakteristika výpočetního postupu zestručněna na nezbytné minimum, ale bude demonstrováno, jak postupovat v případě více dvojic linek tvořících množinu L_u s rozdílnými provozními podmínkami, co se týká použitých hodnot taktů. Ve třetím příkladu (Příklad 6.7) je demonstrován postup výpočtu minimálního počtu spojů pro případ tří linek, kdy je nutno vytvořit koordinační vazby mezi spoji dvou dvojic linek.

Příklad 6.5

V přestupním uzlu $u \in U$ obsluhovaném množinou linek L_u dochází k časové koordinaci spojů dvou linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $j \neq i$. Nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $i \in L_u$ je v čase 3, nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $j \in L_u$ je v čase 2, tedy $t_{ui1} = 3$ a $t_{uj1} = 2$. Spoje na příjíždějící lince $i \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 14 minut, spoje na odjíždějící lince $j \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 6 minut, tedy $T_i = 14$ minut a $T_j = 6$ minut. Předpokládejme hodnotu přestupní doby mezi stanovišti, u kterých zastavují spoje koordinovaných linek, $t_{prest,ij} = 5$ minut a elementární časové jednotky z hlediska časové koordinace v případě obou koordinovaných linek 1 minuta. Dále předpokládejme, že pro možné časové posuny spojů využíváme v případě obou linek standardně všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů (přípustnými časovými polohami jsou všechny celočíselné hodnoty časových posunů spojů v intervalu reprezentujícího

možný časový posun). Úkolem je vypočítat minimální počty spojů na linkách zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$.

Řešení příkladu zahájíme výpočtem hodnot maximálních dovolených časových posunů spojů linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$. Protože v případě obou linek využíváme všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů, potom tedy, v případě linky $i \in L_u$ je $a_i = 13$ minut, v případě linky $j \in L_u$ je $a_j = 5$ minut.

Řešení pokračuje výpočtem hodnoty koordinační periody. Připomeňme, že hodnotu koordinační periody vypočítáme jako nejmenší společný násobek taktů mezi spoji koordinovaných linek. Nejmenším společným násobkem čísel 14 a 6 je číslo 42, hodnota koordinační periody bude tedy $K_p = 42$ minut.

V dalším postupu vypočítáme počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$, viz vztah (6.3).

$$n_{ui} = \frac{K_p}{T_i} = \frac{42}{14} = 3$$

Následně vypočítáme nejzazší časovou polohu posledního spoje příjíždějící linky v koordinační periodě do přestupního uzlu $u \in U$, a to ze vztahu (6.4):

$$t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i = 3 + (3 - 1) \cdot 14 + 13 = 44$$

a časovou polohu, kdy cestující z posledního spoje příjíždějící linky obsluhujícího přestupní uzel do přestupního uzlu $u \in U$ v nejzazší časové poloze v koordinační periodě jsou připraveni k odjezdu spoje odjíždějící linky, a to ze vztahu:

$$t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}} = 44 + 5 = 49$$

Následně vypočítáme časovou polohu nejzazšího spoje odjíždějící linky z přestupního uzlu $u \in U$, a to ze vztahu (6.5):

$$\begin{aligned} t_{uj1} + (n_{uj} - 2) \cdot T_j + a_j &< t_{ui1} + (n_i - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}} \leq \\ &\leq t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j + a_j \end{aligned}$$

Při řešení hledáme tedy hodnotu n_{uj} , pro kterou platí

$$2 + (n_{uj} - 2) \cdot 6 + 5 < 49 \leq 2 + (n_{uj} - 1) \cdot 6 + 5$$

Minimální počet spojů odjíždějící linky n_{uj} je číslo, které je řešením nerovnice:

$$49 \leq 2 + (n_{uj} - 1) \cdot 6 + 5$$

a současně také řešením nerovnice:

$$2 + (n_{uj} - 2) \cdot 6 + 5 < 49$$

Průnikem intervalů, které jsou řešením obou nerovnic, je interval

$$8 \leq n_{uj} < 9$$

a minimální počet spojů odjíždějící linky odpovídá celočíselné hodnotě ležící v daném intervalu. Tedy, minimální počet spojů odjíždějící linky zahrnutých do časové koordinace v rámci koordinační periody je $n_{uj} = 8$. Koordinační perioda tedy obsahuje 8 spojů odjíždějící linky.

Příklad 6.6

V přestupním uzlu $u \in U$ obsluhovaném množinou linek L_u dochází k časové koordinaci spojů dvou linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $j \neq i$. Nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $i \in L_u$ je v čase 1, nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $j \in L_u$ je v čase 3, tedy $t_{ui1} = 1$ a $t_{uj1} = 3$. Spoje na lince $i \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 10 minut, spoje na lince $j \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 6,5 minuty, tedy $T_i = 10$ minut a $T_j = 6,5$ minuty. Předpokládejme hodnotu přestupní doby mezi stanovišti, u kterých zastavují spoje koordinovaných linek, $t_{prest,uij} = 2$ minuty a elementárními časovými jednotkami z hlediska časové koordinace je v případě přijíždějící linky 1 minuta a v případě odjíždějící linky 0,5 minuty. Dále, analogicky jako v předchozím příkladu, předpokládejme,

že pro možné časové posuny spojů využíváme v případě obou linek standardně všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů (přípustnými časovými polohami jsou pro příjíždějící linku celočíselné hodnoty časových posunů spojů, pro odjíždějící linku potom jak celočíselné hodnoty časových poloh spojů, tak i půlminutové hodnoty časových poloh spojů). Úkolem je vypočítat minimální počty spojů na linkách zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$.

Řešení příkladu opět zahájíme výpočtem hodnot maximálních dovolených časových posunů spojů linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$. V případě linky $i \in L_u$ je $a_i = 9$ minut, v případě linky $j \in L_u$ je $a_j = 6$ minut.

Řešení pokračuje výpočtem hodnoty koordinační periody. Nejmenším společným násobkem čísel 10 a 6,5 je číslo 130, hodnota koordinační periody bude tedy $K_p = 130$ minut.

V dalším postupu vypočítáme počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$, viz vztah (6.3).

$$n_{ui} = \frac{K_p}{T_i} = \frac{130}{10} = 13$$

Následně vypočítáme nejzazší časovou polohu posledního spoje příjíždějící linky v koordinační periodě, a to ze vztahu (6.4):

$$t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i = 1 + (13 - 1) \cdot 10 + 9 = 130$$

a časovou polohu, kdy cestující z posledního spoje příjíždějící linky obsluhujícího přestupní uzel $u \in U$ v nejzazší časové poloze v koordinační periodě dosáhnou stanoviště spoje odjíždějící linky ze vztahu:

$$t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}} = 130 + 2 = 132$$

Následně vypočítáme časovou polohu nejzazšího spoje odjíždějící linky, a to ze vztahu (6.5):

$$3 + (n_{uj} - 2) \cdot 6,5 + 6 < 132 \leq 3 + (n_{uj} - 1) \cdot 6,5 + 6$$

Průnikem intervalů, které jsou řešením příslušných nerovnic, je interval

$$19,92 \leq n_{uj} < 20,92$$

tedy, minimální počet spojů odjíždějící linky, zahrnutých do časové koordinace v rámci koordinační periody, je $n_{uj} = 20$. Koordinační perioda tedy obsahuje 20 spojů odjíždějící linky. Že se jedná o správné řešení se lze přesvědčit jednoduchou úvahou založenou na porovnání nejzazší hodnoty času příchodu cestujících z posledního spoje přijíždějící linky obsluhující přestupní uzel na stanoviště spojů odjíždějící linky obsluhující přestupní uzel a nejzazší hodnoty odjezdu posledního spoje odjíždějící linky obsluhující přestupní uzel. Hodnota nejzazšího času příchodu cestujících z posledního spoje přijíždějící linky obsluhující přestupní uzel na stanoviště spojů odjíždějící linky obsluhující přestupní uzel činí 132 a nejzazší hodnota odjezdu posledního spoje odjíždějící linky obsluhující přestupní uzel činí 133, přestup z posledního spoje přijíždějící linky nacházející se v nejzazší časové poloze na poslední spoj odjíždějící linky nacházející se v nejzazší časové poloze je tedy zajištěn.

Příklad 6.7

V přestupním uzlu $u \in U$ obsluhovaném množinou linek L_u dochází k časové koordinaci spojů dvou dvojic linek, a to dvojice přijíždějící linky $i \in L_u$ a odjíždějící linky $j \in L_u$, kde $j \neq i$ a dvojice přijíždějící linky $k \in L_u$ a odjíždějící linky $l \in L_u$, kde $l \neq k$ a současně $k \neq j$.

Vstupní informace pro dvojici linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $j \neq i$, jsou: nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $i \in L_u$ je v čase 3, nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $j \in L_u$ je v čase 2, tedy $t_{ui1} = 3$ a $t_{uj1} = 2$. Spoje na lince $i \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 14 minut, spoje na lince $j \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 6 minut, tedy $T_i = 14$ minut a $T_j = 6$ minut. Předpokládejme hodnotu přestupní doby mezi stanovišti, u kterých zastavují spoje koordinovaných linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $j \neq i$, $t_{prest,ij} = 5$ minut a elementární časové jednotky

z hlediska časové koordinace v případě obou linek odpovídají 1 minutě. Dále, analogicky jako v předchozích dvou příkladech, předpokládejme, že pro možné časové posuny spojů využíváme v případě obou linek standardně všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů (přípustnými časovými polohami spojů jsou tedy celočíselné hodnoty časových posunů spojů).

Vstupní informace pro třetí z linek, linku $k \in L_u$, kde $k \neq i$ a současně $k \neq j$, jsou následující. Nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $k \in L_u$ je v čase 1,5, tedy $t_{uk1} = 1,5$. Spoje na lince $k \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 20 minut, tedy $T_k = 20$ minut. Předpokládejme hodnotu přestupní doby mezi stanovišti, u kterých zastavují spoje koordinovaných linek $k \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $k \neq i$ a současně $k \neq j$, $t_{prest_{ukj}} = 3$ minuty a elementární časovou jednotku z hlediska časové koordinace 0,5 minuty. Dále předpokládejme, že pro možné časové posuny spojů linky $k \in L_u$, kde $k \neq i$ a současně $k \neq j$, využíváme standardně opět všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů (přípustnými časovými polohami jsou v případě linky $k \in L_u$ kromě celočíselných hodnot časových posunů spojů také půlminutové hodnoty časových posunů spojů).

Úkolem je vypočítat minimální počty spojů na všech třech linkách zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$.

Hodnoty maximálních dovolených časových posunů spojů jsou v případě linky $i \in L_u$ $a_i = 13$ minut a v případě linky $j \in L_u$ $a_j = 5$ minut. V případě linky $k \in L_u$, kde $k \neq i$ a současně $k \neq j$, je hodnota maximálních dovolených časových posunů spojů $a_k = 19,5$ minuty.

V případě trojice linek, z nichž dvě jsou příjíždějící a jedna je odjíždějící, je nutno postupovat odlišně, než v dosud řešených příkladech. Hodnota koordinační periody bude stanovena jako nejmenší společný násobek taktů na všech třech linkách a poslední spoj odjíždějící linky v nejzazší časové poloze musí zajistit přestup z posledních spojů obou příjíždějících linek obsluhujících přestupní uzel v nejzazších časových polohách (se započítáním přestupních dob). Hodnota koordinační periody

K_p je tedy nejmenším společným násobkem hodnot 14, 6 a 20 minut, tedy hodnota koordinační periody je $K_p = 420$ minut.

Minimální počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ zahrnutých do koordinace je $n_i = 30$, nejzazší časová poloha posledního spoje příjíždějící linky v koordinační periodě je 422 a časová poloha, kdy cestující z posledního spoje příjíždějící linky obsluhujícího přestupní uzel v nejzazší časové poloze v koordinační periodě dosáhnou stanoviště spoje odjíždějící linky je 427.

Minimální počet spojů příjíždějící linky $k \in L_u$ zahrnutých do koordinace je $n_k = 21$, nejzazší časová poloha posledního spoje příjíždějící linky v koordinační periodě je 421 a časová poloha, kdy cestující z posledního spoje příjíždějící linky obsluhujícího přestupní uzel v nejzazší časové poloze v koordinační periodě dosáhnou stanoviště spoje odjíždějící linky, je 424. Protože musí být zajištěn přestup z posledních spojů obou příjíždějících linek obsluhujících přestupní uzel v nejzazších časových polohách (se započítáním přestupních dob), je nutno pro výpočet minimálního počtu spojů vybrat maximální z obou vypočítaných hodnot a tuto dosadit do střední části nerovnice (6.5), která v příkladu 6.7 bude mít tedy tvar (6.8):

$$\begin{aligned}
 & t_{uj1} + [(n_{uj} - 1) - 1] \cdot T_j + a_j < \\
 & < \max\{t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}}; t_{uk1} + (n_{uk} - 1) \cdot T_k \\
 & \quad + a_k + t_{prest_{ukj}}\} \leq \\
 & \leq t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j + a_j
 \end{aligned} \tag{6.8}$$

Minimální počet spojů odjíždějící linky zahrnutých do časové koordinace v rámci koordinační periody $n_{uj} = 71$. Koordinační perioda při přestupech z linky $i \in L_u$ tedy obsahuje 71 spojů odjíždějící linky.

Vztah (6.8) je možno zobecnit do tvaru (6.9), kdy $|L_{uj}| \geq 2$:

$$\begin{aligned} & t_{uj1} + [(n_{uj} - 1) - 1] \cdot T_j + a_j < \\ & < \max_{i \in L_{uj}} \{t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}}\} \leq & (6.9) \\ & \leq t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j + a_j \end{aligned}$$

kde:

- n_{uj} minimální počet spojů odjíždějící linky $j \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody,
- L_{uj} množina přijíždějících linek do přestupního uzlu $u \in U$, ze kterých cestující přestupují na spoje odjíždějící linky $j \in L_u$.

Je nutno ještě uvést, že v předcházejících třech příkladech nebylo uvažováno se směry spojů koordinovaných linek. Pokud je nutno při koordinaci rozlišovat směry spojů koordinovaných linek, je možno do označení jednotlivých veličin vystupujících v průběhu výpočtu doplnit také indexy směrů.

V případě existence více odjíždějících linek z přestupního uzlu $u \in U$ se hodnoty počtů spojů odjíždějících linek obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody počítají samostatně pro každou odjíždějící linku.

Výpočet počtu spojů zahrnutých do koordinace v případě výskytů střídavých taktů

Uvažujme nejdříve případ, kdy mezi spoji přijíždějící linky je uplatněn střídavý takt a mezi spoji odjíždějící linky je uplatněn konstantní takt.

Počet spojů přijíždějící linky $i \in L_u$, na které jsou spoje vedeny ve střídavém taktu, vypočítáme ze vztahu (6.10):

$$n_{ui} = \frac{N \cdot K_p}{T_i^p} \quad (6.10)$$

kde:

K_p délka koordinační periody,

T_i^p hodnota dílčí koordinační periody vyskytující se na příjíždějící lince $i \in L_u$ vypočítaná jako součet hodnot uplatněných ve střídavém taktu,

N počet spojů ve střídavém taktu uplatněném na příjíždějící lince $i \in L_u$ v dílčí koordinační periodě.

Následně vypočítáme nejzazší časovou polohu posledního spoje příjíždějící linky obsluhujícího přestupní uzel $u \in U$ v koordinační periodě, a to ze vztahu (6.11):

$$t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot \bar{T}_i + \bar{a}_i \quad (6.11)$$

kde:

t_{ui1} nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ prvním spojem příjíždějící linky $i \in L_u$ v koordinační periodě,

n_{ui} počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do dílčí koordinační periody,

\bar{T}_i průměrná hodnota taktu vypočítaná jako aritmetický průměr hodnot střídavého taktu v dílčí koordinační periodě uplatněného mezi spoji příjíždějící linky $i \in L_u$,

\bar{a}_i průměrná hodnota maximálního dovoleného posunu spoje vypočítaná jako aritmetický průměr hodnot maximálních dovolených posunů spojů v rámci střídavého taktu na příjíždějící lince $i \in L_u$.

Pro nejzazší časovou polohu posledního spoje odjíždějící linky $j \in L_u$ také v případě výskytu střídavého taktu mezi spoji odjíždějící linky musí platit vztah (6.12):

$$\begin{aligned} & t_{uj1} + [(n_{uj} - 1) - 1] \cdot T_j + a_j < \\ & < t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot \bar{T}_i + \bar{a}_i + t_{prest_{uij}} \leq \\ & \leq t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j + a_j \end{aligned} \quad (6.12)$$

kde:

- t_{ui1} nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ prvním spojem přijíždějící linky $i \in L_u$ zahrnutým v koordinační periodě,
- t_{uj1} nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu $u \in U$ prvním spojem odjíždějící linky $j \in L_u$ zahrnutým v koordinační periodě,
- n_{ui} počet spojů přijíždějící linky $i \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody,
- n_{uj} počet spojů odjíždějící linky $j \in L_u$ obsluhujících přestupní uzel $u \in U$ a zahrnutých do koordinační periody,
- \bar{T}_i průměrná hodnota taktu vypočítaná jako aritmetický průměr hodnot střídavého taktu v dílčí koordinační periodě uplatněného na přijíždějící lince $i \in L_u$,
- T_j hodnota konstantního taktu uplatněná mezi spoji odjíždějící linky $j \in L_u$,
- \bar{a}_i průměrná hodnota maximálního dovoleného posunu spoje vypočítaná jako aritmetický průměr hodnot maximálních dovolených posunů spojů v rámci střídavého taktu na přijíždějící lince $i \in L_u$,
- a_j hodnota maximálního dovoleného posunu spojů na odjíždějící lince $j \in L_u$,
- $t_{prest_{uij}}$ hodnota přestupní doby mezi stanovištěm spojů přijíždějící linky $i \in L_u$ a stanovištěm spojů odjíždějící linky $j \in L_u$ v přestupním uzlu $u \in U$ (předpokládá se vždy stejná hodnota přestupní doby pro každou dvojici spojů koordinovaných linek, což se vyskytuje např. v případech, kdy spoje koordinovaných linek mají v rámci přestupního uzlu vyčleněna stabilní stanoviště, u kterých zastavují).

Přechozí vztah je možno po úpravě psát také ve tvaru (6.13):

$$t_{uj1} + (n_{uj} - 2) \cdot T_j + a_j < t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot \bar{T}_i + \bar{a}_i + t_{prest_{uij}} \leq \quad (6.13)$$

$$\leq t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j + a_j$$

Řešení nerovnice probíhá analogicky jako v případě výskytu konstantních taktů mezi spoji příjíždějící i odjíždějící linky.

Příklad 6.8

V přestupním uzlu $u \in U$ obsluhovaném množinou linek L_u dochází k časové koordinaci spojů dvou linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $j \neq i$. Nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $i \in L_u$ je v čase 4, nejdříve možná časová poloha prvního spoje linky $j \in L_u$ je v čase 3, tedy $t_{ui1} = 4$ a $t_{uj1} = 3$. Spoje na příjíždějící lince $i \in L_u$ jsou vedeny ve střídavém taktu 7 a 8 minut, které se pravidelně opakují (v libovolném pořadí), spoje na odjíždějící lince $j \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 6 minut, tedy $\bar{T}_i = 7,5$ minuty a $T_j = 6$ minut. Předpokládejme hodnotu přestupní doby mezi stanovišti, u kterých zastavují spoje koordinovaných linek, $t_{prest_{uij}} = 5$ minut a elementární časové jednotky z hlediska časové koordinace jsou v případě obou linek rovny 1 minutě. Dále předpokládejme, že pro možné časové posuny spojů využíváme v případě obou linek standardně všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů (přípustnými časovými polohami jsou celočíselné hodnoty časových posunů spojů). Úkolem je vypočítat minimální počty spojů na linkách zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$.

Řešení příkladu zahájíme výpočtem hodnot maximálních dovolených časových posunů spojů linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$. Protože na příjíždějící lince $i \in L_u$ je uplatněn střídavý takt, je nutno vypočítat průměrnou hodnotu maximálního dovoleného časového posunu. Protože v případě obou linek využíváme všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů, potom tedy v případě příjíždějící linky $i \in L_u$ je $\bar{\alpha}_i = 6,5$ minuty, v případě linky $j \in L_u$ je $\alpha_j = 5$ minut. S ohledem na elementární časovou jednotku z hlediska časové koordinace 1 minuta (jsou tedy přípustné polohy spojů pouze v celých minutách), je nutno průměrnou hodnotu maximálního dovoleného časového posunu 6,5 minuty vypočítanou pro linku $i \in L_u$ chápat jako hodnotu teoretickou, která ve skutečnosti nikdy nebude uplatněna a která slouží pouze pro výpočet minimálního počtu spojů na lince $j \in L_u$.

Řešení pokračuje výpočtem hodnoty koordinační periody. Nejmenším společným násobkem čísel 7,5 a 6 je číslo 30, hodnota koordinační periody bude tedy $K_p = 30$ minut.

V dalším postupu vypočítáme počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$, viz vztah (6.10).

$$n_{ui} = \frac{N \cdot K_p}{T_i^p} = \frac{2 \cdot 30}{15} = 4$$

Následně vypočítáme nejzazší časovou polohu posledního spoje příjíždějící linky v koordinační periodě, a to ze vztahu (6.11)

$$t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot \bar{T}_i + \bar{a}_i = 4 + (4 - 1) \cdot 7,5 + 6,5 = 33$$

a časovou polohu, kdy cestující z posledního spoje příjíždějící linky obsluhujícího přestupní uzel v nejzazší časové poloze v koordinační periodě dosáhnou stanoviště spoje odjíždějící linky ze vztahu:

$$t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}} = 33 + 5 = 38$$

Následně vypočítáme časovou polohu nejzazšího spoje odjíždějící linky, a to ze vztahu (6.13):

$$\begin{aligned} t_{uj1} + (n_{uj} - 2) \cdot T_j + a_j < t_{ui1} + (n_{ui} - 1) \cdot \bar{T}_i + \bar{a}_i + t_{prest_{uij}} \leq \\ \leq t_{uj1} + (n_{uj} - 1) \cdot T_j + a_j \end{aligned}$$

Při řešení hledáme tedy hodnotu n_{uj} , pro kterou platí

$$3 + (n_{uj} - 2) \cdot 6 + 5 < 38 \leq 3 + (n_{uj} - 1) \cdot 6 + 5$$

Průnikem intervalů, které jsou řešením obou nerovnic, je interval

$$6 \leq n_{uj} < 7$$

a minimální počet spojů odjíždějící linky odpovídá celočíselné hodnotě ležící v daném intervalu. Tedy, minimální počet spojů odjíždějící linky, zahrnutých do časové

koordinace v rámci koordinační periody, je $n_{uj} = 6$. Koordinační perioda tedy obsahuje 6 spojů odjíždějící linky.

V dalším příkladu bude střídavý takt uplatněn mezi spoji odjíždějící linky.

Příklad 6.9

V přestupním uzlu $u \in U$ obsluhovaném množinou linek L_u dochází k časové koordinaci spojů dvou linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $i \neq j$. Nejdříve možná časová poloha prvního spoje příjíždějící linky $i \in L_u$ je v čase 1, nejdříve možná časová poloha prvního spoje odjíždějící linky $j \in L_u$ je v čase 7, tedy $t_{ui1} = 1$ a $t_{uj1} = 7$. Spoje na příjíždějící lince $i \in L_u$ jsou vedeny v konstantním taktu 9 minut, spoje na odjíždějící lince $j \in L_u$ jsou vedeny ve střídavém taktu 12 a 13 minut, které se pravidelně opakují (v libovolném pořadí), tedy $T_i = 9$ minut a $\bar{T}_j = 12,5$ minuty. Předpokládejme hodnotu přestupní doby mezi stanovišti, u kterých zastavují spoje koordinovaných linek, $t_{prest,uij} = 5$ minut a elementární časové jednotky z hlediska časové koordinace jsou v případě obou linek rovny 1 minutě. Dále předpokládejme, že pro možné časové posuny spojů využíváme v případě obou linek standardně všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů (přípustnými časovými polohami jsou celočíselné hodnoty časových posunů spojů). Úkolem je vypočítat minimální počty spojů na linkách zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$.

Řešení příkladu zahájíme výpočtem hodnot maximálních dovolených časových posunů spojů linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$. Protože na odjíždějící lince $j \in L_u$ je uplatněn střídavý takt, je nutno vypočítat průměrnou hodnotu maximálního dovoleného časového posunu. Protože v případě obou linek využíváme všechny přípustné časové polohy spojů v rámci hodnot taktů, potom tedy v případě linky $i \in L_u$ je $a_i = 8$ minut, v případě linky $j \in L_u$ je $\bar{a}_j = 11,5$ minuty. Průměrnou hodnotu maximálního dovoleného časového posunu 11,5 minuty vypočítanou pro linku $j \in L_u$ je nutno opět chápat jako hodnotu teoretickou, která ve skutečnosti nikdy nebude uplatněna, a která slouží pouze pro výpočet minimálního počtu spojů na lince $j \in L_u$.

Řešení pokračuje výpočtem hodnoty koordinační periody. Nejmenším společným násobkem čísel 9 a 12,5 je číslo 225, hodnota koordinační periody bude tedy $K_p = 225$ minut.

V dalším postupu vypočítáme počet spojů příjíždějící linky $i \in L_u$ zahrnutých do koordinace v přestupním uzlu $u \in U$, viz vztah (6.10):

$$n_{ui} = \frac{K_p}{T_i} = \frac{225}{9} = 25$$

Následně vypočítáme nejzazší časovou polohu posledního spoje příjíždějící linky v koordinační periodě, a to ze vztahu (6.11):

$$t_{ui1} + (n_i - 1) \cdot T_i + a_i = 1 + (25 - 1) \cdot 9 + 8 = 225$$

a časovou polohu, kdy cestující z posledního spoje příjíždějící linky obsluhujícího přestupní uzel v nejzazší časové poloze v koordinační periodě dosáhnou stanoviště spoje odjíždějící linky, a to ze vztahu:

$$t_{ui1} + (n_i - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}} = 225 + 5 = 230$$

Následně vypočítáme časovou polohu nejzazšího spoje odjíždějící linky, a to ze vztahu (6.13):

$$\begin{aligned} t_{uj1} + (n_j - 2) \cdot \bar{T}_j + \bar{a}_j &< t_{ui1} + (n_i - 1) \cdot T_i + a_i + t_{prest_{uij}} \\ &\leq t_{uj1} + (n_j - 1) \cdot \bar{T}_j + \bar{a}_j \end{aligned}$$

Při řešení hledáme tedy hodnotu n_j , pro kterou platí

$$7 + (n_j - 2) \cdot 12,5 + 11,5 < 230 \leq 7 + (n_j - 1) \cdot 12,5 + 11,5$$

Průnikem intervalů, které jsou řešením obou nerovnic, je interval

$$17,92 \leq n_{uj} < 18,92$$

a minimální počet spojů odjíždějící linky odpovídá celočíselné hodnotě ležící v daném intervalu. Tedy, minimální počet spojů odjíždějící linky, zahrnutých do časové

koordinace v rámci koordinační periody, je $n_{u,j} = 18$. *Koordinační perioda tedy obsahuje 18 spojů odjíždějící linky.*

6.5 Metodika tvorby optimalizačních modelů síťové uzlové časové koordinace s uplatněným taktovým režimem

Před návrhem matematického modelu síťové uzlové časové koordinace s uplatněním taktového režimu je zapotřebí:

1. stanovení délky koordinační periody, tzn. časové období, ve kterém bude realizována časová koordinace v přestupních uzlech,
2. stanovení minimálních počtů spojů zahrnutých do koordinační periody,
3. zajištění časové kontinuity spojů na trasách linek v přestupních uzlech (to znamená zajistit, aby nevznikaly nežádoucí časové prostoje u spojů obsluhujících jednotlivé linky v přestupních uzlech),
4. zajištění, aby koordinace probíhala ve stejné časové koordinační periodě daného koordinačního období.

Problematika bodu 1 – stanovení délky koordinační periody byla řešena v podkapitole 6.4.1,

Problematika bodu 2 – stanovení minimálních počtů spojů byla řešena v podkapitole 6.4.2,

Problematika bodu 3 – zajištění časové kontinuity spojů na trasách linek v přestupních uzlech je realizováno prostřednictvím zohlednění cestovních dob spojů mezi přestupními uzly.

Problematika bodu 4 – zajištění, aby koordinace probíhala ve stejné časové periodě, bude realizováno promítáním časových poloh spojů koordinovaných linek do intervalu

$(0; K_p)$ ve všech přestupních uzlech zahrnutých do síťové uzlové časové koordinace. Problematika bodů 3 a 4 bude řešena současně.

Základem je nastavení nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů.

Nejdříve bude uveden demonstrační příklad, ve kterém bude ukázáno, jakým způsobem nastavit nejdříve možné časy obsluh přestupních uzlů obsluhovaných v předepsaném pořadí odpovídajícím směru spojů koordinované linky s konstantním taktům mezi spoji. Následně bude uveden demonstrační příklad, ve kterém bude ukázáno, jakým způsobem nastavit časy obsluh přestupních uzlů obsluhovaných v předepsaném pořadí odpovídajícím směru spojů koordinované linky se střídavým taktům mezi spoji.

Nastavení nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů spoji linky s uplatněným konstantním taktům mezi spoji

Příklad 6.10

Uvažujme dva přestupní uzly s realizovanou koordinací, mezi kterými je vedena trasa linky zařazené do koordinace s konstantní hodnotou taktu o velikosti 12 minut. Uvažujme s cestovní dobou spojů koordinované linky mezi oběma přestupními uzly 4 minuty. Úkolem je identifikovat nejdříve možné časy obsluh přestupních uzlů prvním spojem dané linky v koordinační periodě.

Řešení zahájíme tím, že nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu obsluhovaného jako druhého v pořadí nastavíme na hodnotě 0. Při takto nastaveném nejdříve možném čase obsluhy přestupního uzlu obsluhovaného jako druhého v pořadí a hodnotě konstantního taktu 12 minut mezi spoji nastávají časy obsluh uvedeného přestupního uzlu dalšími spoji v časech 12, 24 apod. (hodnota času obsluhy posledním spojem vyplyne z hodnoty délky koordinační periody). Chceme-li vypočítat nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu obsluhovaného jako prvního v pořadí musíme od nejdříve možných časů obsluh přestupního uzlu obsluhovaného jako druhého v pořadí odečíst hodnoty cestovní doby mezi oběma přestupními uzly, což je přehledně provedeno v Tab. č. 6.1.

Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu obsluhovaného jako prvního v pořadí	-4	8	20	...
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu obsluhovaného jako druhého v pořadí	0	12	24	...

Tab. č. 6.1: Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů – dva přestupní uzly

Z hodnot uvedených v Tab. č. 6.1 je patrné, že spoj obsluhující přestupní uzel v daném směru jako druhý v pořadí v časové poloze 0 obsluhuje přestupní uzel obsluhovaný jako první v pořadí v časové poloze -4, což je hodnota nacházející se před zahájením koordinační periody. Při síťové uzlové časové koordinaci však není žádoucí koordinační periodu opustit, proto za první spoj obsluhující přestupní uzel obsluhovaný jako první v pořadí je nutno považovat první spoj ležící uvnitř koordinační periody, tedy spoj obsluhující přestupní uzel v nejdříve možné časové poloze 8. Zatímco spoj obsluhující přestupní uzel jako první v pořadí v nejdříve možné časové poloze 8 je možno považovat za první spoj obsluhující daný přestupní uzel, je zřejmé, že stejný spoj bude v přestupním uzlu obsluhovaném jako druhém v pořadí vystupovat jako druhý spoj. Pro síťovou uzlovou časovou koordinaci však není z hlediska výpočtu celkové časové ztráty podstatné číslování pořadí spojů obsluhující konkrétní přestupní uzly, z hlediska výpočtu celkové časové ztráty jsou podstatné časové polohy obsluh konkrétních přestupních uzlů jednotlivými spoji.

V dalším příkladu uvažujme trojici přestupních uzlů.

Příklad 6.11

Uvažujme tři přestupní uzly s realizovanou koordinací, mezi kterými je, analogicky jako v předchozím příkladu, vedena trasa linky zařazené do koordinace s konstantní hodnotou taktu o velikosti 12 minut. Přestupní uzly uvedené v předchozím příkladu budeme brát za přestupní uzly obsluhované jako druhý v pořadí a třetí v pořadí,

mezi kterými je cestovní doba na trase linky 4 minuty, jako přestupní uzel s koordinací obsluhovaný jako první v pořadí bude uvažován přestupní uzel, z něhož cestovní doba do přestupního uzlu obsluhovaného jako druhého v pořadí bude činit 10 minut. Úkolem je identifikovat nejdříve možné časy obsluh přestupních uzlů prvním spojem dané linky v koordinační periodě.

Postup řešení bude analogický jako v příkladu předchozím.

Řešení zahájíme tím, že nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu, který je obsluhován jako třetí v pořadí, prvním spojem nastavíme na hodnotě 0. Při takto nastaveném nejdříve možném času obsluhy přestupního uzlu, který je obsluhován jako třetí v pořadí, a hodnotě konstantního taktu mezi spoji nastávají časy obsluh uvedeného přestupního uzlu dalšími spoji v časech 12, 24 apod.. Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu, který bude obsluhován jako druhý v pořadí, převezmeme z předchozího Příkladu 6.10 a nejdříve možné časy přestupního uzlu, který bude obsluhován jako první v pořadí, vypočítáme analogicky jako v Příkladu 6.10, tedy dostáváme hodnoty viz Tab. č. 6.2.

Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu obsluhovaného jako prvního v pořadí	-14	-2	10	...
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu obsluhovaného jako druhého v pořadí	-4	8	20	...
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu obsluhovaného jako třetího v pořadí	0	12	24	...

Tab. č. 6.2: Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů – tři přestupní uzly

Z hodnot uvedených v Tab. č. 6.2 je patrné, že první spoj obsluhující přestupní uzel v daném směru jako třetí v pořadí v časové poloze 0 obsluhuje přestupní uzel obsluhovaný jako druhý v pořadí v časové poloze -4, což je hodnota nacházející se před zahájením koordinační periody. Analogicky je tomu i v případě uzlu obsluhovaného jako první v pořadí, kde je nejdříve možný čas obsluhy -14. Jak již bylo uvedeno v komentáři k řešenému Příkladu 6.10, není při síťové uzlové časové koordinaci žádoucí koordinační periodu opustit. Proto je za první spoj obsluhující

přestupní uzel obsluhovaný jako druhý v pořadí nutno považovat první spoj ležící uvnitř koordinační periody, tedy spoj obsluhující přestupní uzel v nejdříve možné časové poloze 8 a v případě přestupního uzlu obsluhovaného jako první v pořadí je prvním spojem ležícím uvnitř koordinační periody spoj obsluhující přestupní uzel v nejdříve možné časové poloze 10. Od uvedených nejdříve možných poloh se následně odvíjejí nejdříve možné časové polohy dalších spojů v koordinační periodě.

Postup nastavení nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů spoji linky s uplatněným střídavým taktem mezi spoji bude demonstrován na případu dvouhodnotového střídavého taktu.

Nastavení nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů spoji linky s uplatněným dvouhodnotovým střídavým taktem mezi spoji

Dvouhodnotovým střídavým taktem se rozumí provozní situace, kdy se mezi sousedními spoji uplatňuje střídavá posloupnost dvou hodnot taktů lišících se od sebe o α minut. Při více než dvou hodnotách střídajících se taktů by se postupovalo analogicky. Při existenci střídavého taktu se postupuje tak, že se stanoví tzv. hodnota základního taktu, která odpovídá nejnižší hodnotě z uvedených taktů, ke které se podle potřeby přičítají hodnoty vyjadřující kvantifikující odchylky od hodnoty základního taktu.

Při výskytu střídavých taktů je však třeba zajistit, aby se jednotlivé hodnoty taktů periodicky opakovaly. Toho lze v matematickém programování dosáhnout použitím bivalentních proměnných. V dalším textu předpokládáme, že střídavý takt je tvořen dvěma periodicky se opakujícími hodnotami, které se od sebe liší o hodnotu $\alpha = 1$ minuta. V modelu pro každou linku $i \in L$ s výskytem střídavého taktu a každý její směr $l \in S$ zavedeme dvě pomocné bivalentní proměnné, a to v_{il} a w_{il} . Tyto bivalentní proměnné budou umožňovat zvýšení hodnot základního taktu na lince $i \in L$ ve směru $l \in S$. Tedy, je-li např. na lince uplatňován střídavý takt 7, 8, 7, 8 minut atd., má základní takt hodnotu $\min\{7,8\} = 7$ minut. K hodnotě základního taktu jsou následně vhodně

přičítány hodnoty bivalentních proměnných pro danou linku a směr, které zajistí dosažení požadovaných hodnot střídavého taktu.

Příklad 6.12

Postup práce s proměnnými v_{il} a w_{il} u spojů linky $i \in L$ jedoucích ve směru $l \in S$ si vysvětlíme na případu přestupního uzlu, ve kterém platí $t_{uil1} = 0$ (tzn., např. se jedná o přestupní uzle, který je na trase linky obsluhován jako poslední v pořadí). Aby bylo možno dosáhnout střídavého taktu, bude pro hodnotu t_{uil2} platit, že $t_{uil2} = t_{uil1} + T_i + v_{il}$. Když bivalentní proměnná v_{il} nabude po ukončení optimalizačního výpočtu hodnoty $v_{il} = 0$, potom interval mezi prvním a druhým spojem v posledním přestupním uzlu bude roven hodnotě základního taktu T_i . Když bivalentní proměnná v_{il} nabude po ukončení optimalizačního výpočtu hodnoty $v_{il} = 1$, potom interval mezi prvním a druhým spojem v posledním přestupním uzlu bude roven hodnotě základního taktu T_i zvýšené o 1 (mezi prvním a druhým spojem bude použita zvýšená hodnota základního taktu). Hodnota proměnné v_{il} je tedy určena pro dosažení zvýšené hodnoty základního taktu mezi prvním a druhým spojem. Analogicky je aplikována také proměnná w_{il} , která je do modelu zavedena pro dosažení zvýšené hodnoty základního taktu mezi druhým a třetím spojem.

V modelu musí být následně ošetřeno, že pouze jedna z uvedených proměnných nabude hodnoty 1, což je zabezpečeno skupinou podmínek typu $v_{il} + w_{il} = 1$ pro každou linku se střídavým taktem a příslušný směr.

Časové intervaly mezi následujícími dvojicemi spojů musí být s využitím bivalentních proměnných nastaveny tak, aby docházelo k pravidelnému střídání požadovaných hodnot taktů. Tedy v našem příkladu to bude $t_{uil3} = t_{uil1} + 2 \cdot T_i + v_{il} + w_{il}$, $t_{uil4} = t_{uil1} + 3 \cdot T_i + 2 \cdot v_{il} + w_{il}$, $t_{uil5} = t_{uil1} + 4 \cdot T_i + 2 \cdot v_{il} + 2 \cdot w_{il}$ atd.

Nejdříve možné časy obsluh předchozích přestupních uzlů stejnou linkou, analogicky jako v případech konstantních taktů na koordinovaných linkách, musí být nastaveny tak, aby byla zachována časová kontinuita spojů obsluhujících všechny přestupní uzly

danou linkou s výskytem střídavých taktů v daném směru. Postup je demonstrován v Příkladu 6.13.

Příklad 6.13

Uvažujme linku se střídavým taktem 7 a 8 minut, na jejíž trase se nacházejí dva přestupní uzly A a B. Hodnota základního taktu tedy činí $T_i = 7$ minut. Uvažujme směr, ve kterém je nejdříve obsluhován přestupní uzel A a potom přestupní uzel B. Necht' cestovní doba z uzlu A do uzlu B činí 13 minut a koordinační perioda činí 30 minut. Uzel B je obsluhován jako druhý (poslední) v pořadí, proto nastavíme nejdříve možné časy obsluh nejdříve pro něj. Časy obsluh budou odpovídat hodnotám t_{uil1} , t_{uil2} , t_{uil3} , t_{uil4} a t_{uil5} uvedeným v předchozím odstavci. Budou to tedy hodnoty $t_{uil1} = 0$, $t_{uil2} = 7 + v_{il}$, $t_{uil3} = 14 + v_{il} + w_{il}$, $t_{uil4} = 21 + 2 \cdot v_{il} + w_{il}$ a $t_{uil5} = 28 + 2 \cdot v_{il} + 2 \cdot w_{il}$. V dalším postupu musíme promítnout tyto časy do přestupního uzlu A. Při zohlednění cestovní doby z přestupního uzlu A do přestupního uzlu B, která činí 13 minut, zjišťujeme, že v koordinační periodě 30 minut obslouží přestupní uzel A jako první spoj ten spoj, který obsluhuje přestupní uzel B v čase $14 + v_{il} + w_{il}$. Aby mohl stejný spoj obsloužit uzel B v čase $14 + v_{il} + w_{il}$, musí obsloužit uzel A v čase $(14 - 13) + v_{il} + w_{il} = 1 + v_{il} + w_{il}$. Na tuto hodnotu je třeba navázat při stanovení dalších hodnot nejdříve možných časů obsluh přestupního uzlu A spoji linky $i \in L$. Pro druhý spoj obsluhující uzel A bude nejdříve možný čas obsluhy nastaven na hodnotě $8 + 2 \cdot v_{il} + w_{il}$, pro třetí spoj na hodnotě $15 + 2 \cdot v_{il} + 2 \cdot w_{il}$, pro čtvrtý spoj na hodnotě $22 + 3 \cdot v_{il} + 2 \cdot w_{il}$ a konečně pro pátý spoj $29 + 3 \cdot v_{il} + 3 \cdot w_{il}$.

V dále prezentovaných modelech jsou zahrnuty pouze linky, pro které platí, že se na jejich trasách vyskytuje více než 1 přestupní uzel s požadovanou časovou koordinací spojů. Jak již bylo uvedeno, linky s výskytem jednoho přestupního uzlu na jejich trase nemá smysl zahrnovat do koordinace, neboť jejich jízdní řády mohou být koordinovány individuálně, ovšem v závislosti na výsledcích předchozí síťové uzlové časové koordinace.

6.6 Tvorba optimalizačního modelu síťové uzlové časové koordinace pro provozní variantu se stejnými konstantními hodnotami taktů mezi spoji na příjezdu i na odjezdu linek do/ze všech přestupních uzlů

Uvedená provozní varianta je nejjednodušší řešenou provozní variantou. Formulace problému bude mít následující tvar:

Je dána množina přestupních uzlů U a množina linek L , jejichž spoje mají být v přestupních uzlech definovaným způsobem koordinovány. Pro každý uzel $u \in U$ je dále definována množina linek L_u , jejichž spoje mají být v uzlu $u \in U$ koordinovány. Pro každou linku $i \in L$ je definována množina směrů S_i , ve kterých jsou vedeny její spoje (v dalším textu předpokládáme, že koordinované linky jsou kyvadlového charakteru, tedy množiny směrů jsou pro všechny linky stejné – jsou dva, je tedy možno upustit od indexu v případě množin S_i a v dalším textu bude tedy pracováno pouze se zjednodušeným označením S). Pro každou linku $i \in L$ a její směr $l \in S$ je definována množina spojů P_{il} , které mají být koordinovány. V každém přestupním uzlu $u \in U$ zahrnutého do koordinace bude pro každou příjíždějící linku $i \in L_u$ a směr $l \in S$ do modelu zahrnut 1 spoj, tzn., $P_{il} = \{1\}$ a pro každou odjíždějící linku $j \in L_u$ a směr $s \in S$ do modelu zahrnut 2 spoje, tzn., $P_{js} = \{1; 2\}$.

Každý požadavek na koordinaci v řešené síti je definován uspořádanou sedmicí $[u; i; l; k; j; s; f]$, kde $u \in U$, $i \in L_u$ a $j \in L_u$, $l \in S$, $s \in S$ a $k \in P_{il}$. První číslo v uspořádané šestici identifikuje koordinační uzel, druhé číslo reprezentuje číslo příjíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, třetí číslo reprezentuje číslo směru příjíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, a čtvrté číslo reprezentuje číslo spoje příjíždějící linky, ze kterého je požadován přestup. Páté a šesté číslo reprezentuje číslo odjíždějící linky a jejího směru, do kterého je požadován přestup. Je logické, že musí platit, že $j \neq i$, protože koordinovat přestupy mezi spoji stejných linek není v praxi relevantní. V případě směrů spojů linek však může také platit, že $l = s$, neboť platí, že do stejných směrů přestup mezi různými linkami může být vyžadován. Poslední číslo v sedmici reprezentuje počet cestujících přestupujících v uzlu $u \in U$

ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$.

Existence požadavku na koordinaci v matematickém modelu je definována maticí B obsahující hodnoty 0 nebo 1. Když v uzlu $u \in U$ existuje požadavek na vytvoření koordinace ze spojů přijíždějící linky $i \in L_u$ jedoucí ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$, potom $b_{uiljs} = 1$, v opačném případě $b_{uiljs} = 0$.

Pro každou dvojici linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $u \in U$, v situaci, kdy $b_{uiljs} = 1$, je definována hodnota přestupní doby $t_{prest_{uij}}$ (předpokládá se, že hodnota přestupní doby mezi spoji koordinovaných linek nezávisí na tom, o jakou dvojici spojů daných linek se jedná) a intenzita cestujících f_{uilkjs} přestupujících (za zvolenou koordinační periodu) ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$. Intenzita přestupujících cestujících je v tomto případě definována jako průměrný počet cestujících přestupujících ze všech spojů linky $i \in L_u$ v průběhu koordinačního období.

Pro každou přijíždějící linku $i \in L_u$, z jejíchž spojů obsluhujících koordinační uzel $u \in U$ ve směru $l \in S$ se přestupuje, je definován čas nejdříve možné obsluhy uzlu prvním (a zároveň jediným) spojem dané linky t_{uil1} , pro každou odjíždějící linku $j \in L_u$, na jejíž spoje obsluhující koordinační uzel $u \in U$ ve směru $s \in S$ se přestupuje, je definována hodnota taktu T_j (pravidelného časového intervalu mezi dvěma spoji stejné linky obsluhujícími trasu ve stejném směru) a nejdříve možný čas obsluhy přestupního uzlu dvěma spoji dané linky t_{uj1s} a t_{uj2s} , přičemž platí $t_{uj2s} = t_{uj1s} + T_j$.

Úkolem je rozhodnout o časových posunech spojů linek v jednotlivých směrech koordinovaných v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách) a aby se současně minimalizovala celková časová ztráta všech přestupujících cestujících.

Za účelem modelování rozhodnutí zavedeme do optimalizační úlohy následující proměnné:

x_{il} nezáporná proměnná modelující časový posun všech spojů linky $i \in L_u$ ve směru $l \in S$ počítaný od jejich nejdříve možných časových poloh,

h_{uilkjs} nezáporná proměnná modelující časovou ztrátu každého cestujícího přestupujícího v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na nejbližší spoj linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$,

$z_{uilkjsp}$ pomocná bivalentní proměnná modelující vznik koordinační vazby mezi spojem $k \in P_{il}$ přijíždějící linky $i \in L_u$ jedoucím ve směru $l \in S$ a spojem $p \in P_{js}$ odjíždějící linky $j \in L_u$ jedoucím ve směru $s \in S$ v přestupním uzlu $u \in U$.

Symbol M reprezentuje prohibitivní konstantu. Za její hodnotu je možno zvolit např. číslo 10^6 .

Matematický model řešené úlohy bude mít tvar (6.14) – (6.21):

$$\min f(x, h, z) = \sum_{u \in U} \sum_{i \in L_u} \sum_{l \in S} \sum_{\substack{k \in P_{il} \\ j \in L_u \\ j \neq i}} \sum_{s \in S} b_{uiljs} \cdot f_{uilkjs} \cdot h_{uilkjs} \quad (6.14)$$

za podmínek:

$$\begin{aligned} [t_{ujsp} + x_{js}] - [t_{uilk} + x_{il} + t_{prest_{uij}}] &\geq && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ &\geq M \cdot (z_{uilkjsp} - 1) && j \neq i, l \in S, s \in S, \\ &&& k \in \{1\}, p \in \{1; 2\} \\ &&& \text{a } b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} [t_{ujsp} + x_{js}] - [t_{uilk} + x_{il} + t_{prest_{uij}}] &\leq && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ &\leq h_{uilkjs} + M \cdot (1 - z_{uilkjsp}) && j \neq i, l \in S, s \in S, \\ &&& k \in \{1\}, p \in \{1; 2\} \\ &&& \text{a } b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.16)$$

$$\sum_{p \in \{1;2\}} z_{uilkjsp} = 1 \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ j \neq i, l \in S, s \in S, \quad (6.17) \\ k \in \{1\} \text{ a } b_{uiljs} = 1$$

$$x_{il} \leq a_{il} \quad \text{pro } i \in L \text{ a } l \in S \quad (6.18)$$

$$x_{il} \in R_0^+ \quad \text{pro } i \in L \text{ a } l \in S \quad (6.19)$$

$$h_{uilkjs} \in R_0^+ \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ j \neq i, l \in S, s \in S, \quad (6.20) \\ k \in \{1\} \text{ a } b_{uiljs} = 1$$

$$z_{uilkjsp} \in \{0; 1\} \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ j \neq i, l \in S, s \in S, \quad (6.21) \\ k \in \{1\}, p \in \{1; 2\} \\ \text{a } b_{uiljs} = 1$$

Funkce (6.14) reprezentuje optimalizační kritérium – celkovou časovou ztrátu všech přestupujících cestujících ve všech přestupních uzlech. Skupina omezujících podmínek (6.15) zajistí, že v případě časové nepřipustnosti poloh spojů koordinovaných linek jedoucích v koordinací dotčených směrech nevznikne koordinační vazba. Skupina omezujících podmínek (6.16) kvantifikuje časové ztráty přestupujících cestujících generovaných vznikem koordinačních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.17) zajistí tvorbu koordinačních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.18) zajistí, že při případných časových posunech spojů generovaných za účelem snížení celkové časové ztráty nebudou překročeny maximální hodnoty přípustných časových posunů. Skupiny omezujících podmínek (6.19) – (6.21) vymezují definiční obory proměnných použitých v modelu.

6.7 Metodika tvorby optimalizačního modelu pro provozní variantu s různými hodnotami konstantních taktů mezi spoji na příjezdu i na odjezdu linek do/z přestupních uzlů

Formulace problému bude mít pro provozní variantu řešenou v podkapitole 6.7 následující tvar:

Je dána množina přestupních uzlů U a množina linek L , jejichž spoje mají být v přestupních uzlech definovaným způsobem koordinovány. Pro každý uzel $u \in U$ je dále definována množina linek L_u , jejichž spoje mají být v uzlu $u \in U$ koordinovány. Pro každou linku $i \in L$ je definována množina směrů S_i , ve kterých jsou vedeny její spoje (v dalším textu opět předpokládáme, že koordinované linky jsou kyvadlového charakteru, tedy množiny směrů jsou pro všechny linky stejné – jsou dva, je tedy možno upustit od indexu v případě množin S_i a v dalším textu bude tedy pracováno pouze se zjednodušeným označením S). Pro každou linku $i \in L$ a směr $l \in S$ je definována množina spojů P_{il} , které mají být koordinovány. Na rozdíl od předchozího případu je do koordinace zahrnut takový počet spojů, který odpovídá počtu spojů v koordinační periodě odpovídající nejmenšímu společnému násobku všech uzlových koordinačních period, podrobnosti pro výpočet koordinační periody jsou uvedeny v podkapitole 6.4.

Každý požadavek na koordinaci v řešené síti je definován uspořádanou sedmicí $[u; i; l; k; j; s; f]$, kde $u \in U$, $i \in L_u$ a $j \in L_u$, $l \in S$, $s \in S$ a $k \in P_{il}$. První číslo v uspořádané šestici identifikuje koordinační uzel, druhé číslo reprezentuje číslo příjíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, třetí číslo reprezentuje číslo směru příjíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, a čtvrté číslo reprezentuje číslo spoje příjíždějící linky, ze kterého je požadován přestup. Páté a šesté číslo reprezentuje číslo odjíždějící linky a jejího směru, do kterého je požadován přestup. Je logické, že opět musí platit, že $j \neq i$, protože koordinovat přestupy mezi spoji stejných linek není v praxi relevantní. V případě směrů spojů linek však může také platit, že $l = s$, neboť platí, že do stejných směrů přestup mezi různými linkami může být vyžadován. Poslední číslo v sedmici reprezentuje počet cestujících přestupujících

v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$.

Existence požadavku na koordinaci v matematickém modelu je opět definována maticí B obsahující hodnoty 0 nebo 1. Když v uzlu $u \in U$ existuje požadavek na vytvoření koordinace ze spojů přijíždějící linky $i \in L_u$ jedoucí ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$, potom $b_{uiljs} = 1$, v opačném případě $b_{uiljs} = 0$.

Pro každou dvojici linek $i \in L_u$ a $j \in L_u$, kde $u \in U$ v situaci, kdy $b_{uiljs} = 1$, je definována hodnota přestupní doby $tprest_{uij}$ (předpokládá se opět, že hodnota přestupní doby mezi spoji koordinovaných linek nezávisí na tom, o jakou dvojici spojů se jedná). V případě intenzit cestujících f_{uilkjs} přestupujících (za zvolenou koordinační periodu) ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$ je však nutno postupovat odlišně. Důvodem pro odlišný přístup je existence většího počtu spojů přijíždějících linek obsluhujících přestupní uzly. V takovém případě je nutno postupovat odlišně od postupu uvedeného v podkapitole 6.6, a to zpravidla jedním ze dvou způsobů.

Prvním způsobem je provedení podrobného přepravního průzkumu, při kterém budou zjišťovány intenzity cestujících přijíždějících jednotlivými spoji přijíždějících linek do přestupních uzlů, přičemž kromě počtů cestujících přijíždějících spoji přijíždějících linek do přestupních uzlů budou sledovány také směry, do kterých cestující přestupují. Úskalím prvního přístupu však je, že po posunu spojů do jiných časových poloh dojde ke změnám intenzit, protože přesunem spoje do jiné časové polohy se daný spoj může stát pro cestujícího časově irelevantní.

Nejsou-li k dispozici výsledky směrového přepravního průzkumu, je možno postupovat tak, že bude pracováno s hodnotami intenzit přestupujících cestujících zatížených maximální mírou neurčitosti, tzn., že počet cestujících přestupujících mezi spoji dvou linek za koordinační období bude rozdělen mezi přijíždějící spoje rovnoměrně (tedy celková intenzita přestupujících cestujících v daném uzlu v dané přestupní relaci bude dělena počtem spojů přijíždějící linky zahrnutých do koordinace v rámci koordinační periody). Vznik celočíselné hodnoty intenzity přestupujících cestujících není závazný,

je tedy možno pracovat i s neceločíselnými hodnotami intenzit (jedná se o průměrné hodnoty).

Pro každou příjíždějící linku $i \in L_u$, z jejichž spojů obsluhujících koordinační uzel $u \in U$ ve směru $l \in S$ se přestupuje, je definován čas nejdříve možné obsluhy uzlu prvním spojem dané linky t_{uil1} , hodnota taktu T_i a dále časy nejdříve možných příjezdů spojů v koordinační periodě, které je možno vypočítat ze vztahu $t_{uilk} = t_{uil1} + (k - 1) \cdot T_j$, kde $k \in P_{il} \setminus \{1\}$. Pro každou odjíždějící linku $j \in L_u$, na jejíž spoje obsluhující koordinační uzel $u \in U$ ve směru $s \in S$ se přestupuje, je definována hodnota taktu T_j , nejdříve možného času obsluhy přestupního uzlu prvním odjíždějícím spojem dané linky $t_{uj s1}$ a dále časy nejdříve možných odjezdů dalších spojů v koordinační periodě, které je možno vypočítat ze vztahu $t_{uj sp} = t_{uj s1} + (p - 1) \cdot T_j$, kde $p \in P_{js} \setminus \{1\}$.

Úkolem je rozhodnout o časových posunech spojů linek v jednotlivých směrech koordinovaných v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách) a aby se současně minimalizovala celková časová ztráta všech přestupujících cestujících.

Za účelem modelování rozhodnutí zavedeme do optimalizační úlohy následující proměnné:

x_{il} nezáporná proměnná modelující časový posun všech spojů linky $i \in L_u$ ve směru $l \in S$ počítaný od jejich nejdříve možných časových poloh,

h_{uilkjs} nezáporná proměnná modelující časovou ztrátu každého cestujícího přestupujícího v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na nejbližší spoj linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$,

$z_{uilkjsp}$ pomocná bivalentní proměnná modelující vznik koordinační vazby mezi spojem $k \in P_{il}$ příjíždějící linky $i \in L_u$ jedoucím ve směru $l \in S$ a spojem $p \in P_{js}$ odjíždějící linky $j \in L_u$ jedoucím ve směru $s \in S$ v přestupním uzlu $u \in U$.

Symbol M reprezentuje prohibitivní konstantu. Za její hodnotu je možno zvolit např. číslo 10^6 .

Matematický model řešené úlohy bude mít tvar (6.22) – (6.29):

$$\min f(x, h, z) = \sum_{u \in U} \sum_{i \in L_u} \sum_{l \in S} \sum_{k \in P_{il}} \sum_{\substack{j \in L_u \\ j \neq i}} \sum_{s \in S} b_{uiljs} \cdot f_{uilkjs} \cdot h_{uilkjs} \quad (6.22)$$

za podmínek:

$$\begin{aligned} [t_{ujsp} + x_{js}] - [t_{uilk} + x_{il} + t_{prest_{uij}}] &\geq && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ &\geq M \cdot (z_{uilkjsp} - 1) && j \neq i, l \in S, s \in S, \\ &&& k \in P_{il}, p \in P_{js}, b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned} [t_{ujsp} + x_{js}] - [t_{uilk} + x_{il} + t_{prest_{uij}}] &\leq && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ &\leq h_{uilkjs} + M \cdot (1 - z_{uilkjsp}) && j \neq i, l \in S, s \in S, \\ &&& k \in P_{il}, p \in P_{js}, b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned} \sum_{p \in P_{js}} z_{uilkjsp} &= 1 && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ &&& j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il}, \\ &&& b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.25)$$

$$x_{il} \leq a_{il} \quad \text{pro } i \in L \text{ a } l \in S \quad (6.26)$$

$$x_{il} \in R_0^+ \quad \text{pro } i \in L \text{ a } l \in S \quad (6.27)$$

$$\begin{aligned} h_{uilkjs} &\in R_0^+ && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\ &&& j \neq i, l \in S, s \in S, \\ &&& k \in P_{il}, b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$\begin{aligned}
 & \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u, \\
 & z_{uilkjsp} \in \{0; 1\} \qquad j \neq i, l \in S, s \in S, \qquad (6.29) \\
 & k \in P_{il}, p \in P_{js}, b_{uiljs} = 1
 \end{aligned}$$

Funkce (6.22) reprezentuje optimalizační kritérium – celkovou časovou ztrátu všech přestupujících cestujících ve všech přestupních uzlech. Skupina omezujících podmínek (6.23) zajistí, že v případě časové nepřípustnosti poloh spojů koordinovaných linek jedoucích v koordinací dotčených směrech nevznikne koordinační vazba. Skupina omezujících podmínek (6.24) kvantifikuje časové ztráty přestupujících cestujících generovaných vznikem koordinačních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.25) zajistí tvorbu koordinačních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.26) zajistí, že při případných časových posunech spojů generovaných za účelem snížení celkové časové ztráty nebudou překročeny maximální hodnoty přípustných časových posunů. Skupiny omezujících podmínek (6.27) – (6.29) vymezují definiční obory proměnných použitých v modelu.

6.8 Metodika tvorby optimalizačního modelu pro provozní variantu s konstantní hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a střídavou hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu

Formulace problému bude mít pro provozní variantu uvedenou v podkapitole 6.8 následující tvar:

Je dána množina přestupních uzlů U a množina linek L , jejichž spoje mají být v přestupních uzlech definovaným způsobem koordinovány. Pro každý uzel $u \in U$ je dále definována množina linek L_u , jejichž spoje mají být v uzlu $u \in U$ koordinovány. Pro každou linku $i \in L$ je definována množina směrů S_i , ve kterých jsou vedeny její spoje (v dalším textu opět předpokládáme, že koordinované linky jsou kyvadlového charakteru, tedy množiny směrů jsou pro všechny linky stejné – jsou dva, je tedy možno opět upustit od indexu v případě množin S_i a v dalším textu bude tedy

pracováno pouze se zjednodušeným označením S). Pro každou linku $i \in L$ a směr $l \in S$ je definována množina spojů P_{il} , které mají být koordinovány. Analogicky, jako v přechozím případě je do koordinace zahrnut takový počet spojů, který odpovídá počtu spojů v koordinační periodě odpovídající nejmenšímu společnému násobku hodnot všech uzlových koordinačních period, podrobnosti pro výpočet koordinační periody jsou uvedeny v podkapitole 6.4.

Každý požadavek na koordinaci v řešené síti je definován uspořádanou sedmicí $[u; i; l; k; j; s; f]$, kde $u \in U$, $i \in L_u$ a $j \in L_u^*$, $l \in S$, $s \in S$ a $k \in P_{il}$. První číslo v uspořádané sedmici identifikuje koordinační uzel, druhé číslo reprezentuje číslo přijíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, třetí číslo reprezentuje číslo směru přijíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, a čtvrté číslo reprezentuje číslo spoje přijíždějící linky, ze kterého je požadován přestup. Páté a šesté číslo reprezentuje číslo odjíždějící linky a jejího směru, do kterého je požadován přestup. Je logické, že opět musí platit, že $j \neq i$, protože koordinovat přestupy mezi spoji stejných linek není v praxi relevantní. V případě směrů spojů linek však opět může také platit, že $l = s$, neboť platí, že do stejných směrů přestup mezi různými linkami může být vyžadován. Poslední číslo v sedmici reprezentuje počet cestujících přestupujících v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u^*$ jedoucí ve směru $s \in S$.

Existence požadavku na koordinaci v matematickém modelu je opět definována maticí B obsahující hodnoty 0 nebo 1. Když v uzlu $u \in U$ existuje požadavek na vytvoření koordinace ze spojů přijíždějící linky $i \in L_u$ jedoucí ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$, potom $b_{uiljs} = 1$, v opačném případě $b_{uiljs} = 0$.

Pro každou dvojici linek $i \in L_u$ a $j \in L_u^*$, kde $u \in U$, v situaci, kdy $b_{uiljs} = 1$, je definována hodnota přestupní doby $t_{prest_{uij}}$ (předpokládá se opět, že hodnota přestupní doby mezi spoji koordinovaných linek nezávisí na tom, o jakou dvojici spojů daných linek se jedná). V případě intenzit cestujících f_{uilkjs} přestupujících (za zvolenou koordinační periodu) ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$ je však nutno opět postupovat odlišně od případu uvedeného v podkapitole 6.6. Důvodem pro odlišný přístup je opět

existence většího počtu spojů příjíždějících linek příjíždějících do přestupních uzlů. Zpravidla se postupuje jedním ze dvou přístupů.

Prvním přístupem je opět realizace podrobného přepravního průzkumu, při kterém budou zjišťovány intenzity cestujících příjíždějících jednotlivými spoji příjíždějících linek do přestupních uzlů, přičemž kromě počtů cestujících příjíždějících spoji příjíždějících linek do přestupních uzlů budou sledovány také směry, do kterých cestující přestupují.

Druhým přístupem je opět stanovení intenzit přestupujících cestujících v podmínkách maximální míry neurčitosti, tzn., že počet cestujících přestupujících mezi spoji dvou linek za koordinační období bude rozdělen mezi příjíždějící spoje rovnoměrně.

Pro každou příjíždějící linku $i \in L_u$, z jejíchž spojů obsluhujících koordinační uzel $u \in U$ ve směru $l \in S$ se přestupuje, je definován čas nejdříve možné obsluhy uzlu prvním spojem dané linky t_{uil1} , hodnota taktu T_i a dále časy nejdříve možných příjezdů spojů v koordinační periodě, které je možno vypočítat ze vztahu $t_{uilk} = t_{uil1} + (k - 1) \cdot T_i$, kde $k \in P_{il} \setminus \{1\}$. Pro každou odjíždějící linku $j \in L_u^*$, na jejíž spoje obsluhující koordinační uzel $u \in U$ ve směru $s \in S$ se přestupuje, jsou definovány hodnoty základního taktu T_j a nejdříve možného čas obsluhy přestupního uzlu prvním odjíždějícím spojem dané linky $t_{uj s1}$ a dále časy nejdříve možných odjezdů dalších spojů v koordinační periodě, které je možno vypočítat ze vztahu s využitím postupu uvedeného v podkapitole 6.5. Pro zjednodušení symbolického zápisu modelu, položme nejdříve možné časy obsluh uzlu $u \in U$ spojem $p \in P_{js}$ linky $j \in L_u$ jedoucím ve směru $s \in S$ symbolem $\tau_{ujsp}(v, w)$.

Úkolem je rozhodnout o časových posunech spojů linek v jednotlivých směrech koordinovaných v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách) a aby se současně minimalizovala celková časová ztráta (CCZ) všech přestupujících cestujících.

Za účelem modelování rozhodnutí zavedeme do optimalizační úlohy následující proměnné:

x_{il} nezáporná proměnná modelující časový posun všech spojů linky $i \in L_u$ ve směru $l \in S$ počítaný od jejich nejdříve možných časových poloh,

h_{uilkjs} nezáporná proměnná modelující časovou ztrátu každého cestujícího přestupujícího v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u$ jedoucího ve směru $l \in S$ na nejbližší spoj linky $j \in L_u^*$ jedoucí ve směru $s \in S$,

$z_{uilkjsp}$ pomocná bivalentní proměnná modelující vznik koordinační vazby mezi spojem $k \in P_{il}$ přijíždějící linky $i \in L_u$ jedoucím ve směru $l \in S$ a spojem $p \in P_{js}$ odjíždějící linky $j \in L_u$ jedoucím ve směru $s \in S$ v přestupním uzlu $u \in U$,

v_{js} pomocná bivalentní proměnná zaváděná za účelem zvýšení hodnoty základního taktu o 1 elementární časovou jednotku po každém sudém spoji odjíždějící linky $j \in L_u^*$ ve směru $s \in S$ v rámci koordinační periody obsluhujícím poslední přestupní uzel na trase linky,

w_{js} pomocná bivalentní proměnná zaváděná za účelem zvýšení hodnoty základního taktu o 1 elementární časovou jednotku po každém lichém spoji odjíždějící linky $j \in L_u^*$ ve směru $s \in S$ v rámci koordinační periody, vyjma prvního spoje obsluhujícím poslední přestupní uzel na trase linky.

Symbol M reprezentuje prohibivní konstantu. Za její hodnotu je možno zvolit např. číslo 10^6 .

Matematický model řešené úlohy bude mít tvar (6.30) – (6.40):

$$\min f(x, h, z, v, w) = \sum_{u \in U} \sum_{i \in L_u} \sum_{l \in S} \sum_{k \in P_{il}} \sum_{\substack{j \in L_u^* \\ j \neq i}} \sum_{s \in S} b_{uiljs} \cdot f_{uilkjs} \cdot h_{uilkjs} \quad (6.30)$$

za podmíněk:

$$\begin{aligned} & [\tau_{ujsp}(v, w) + x_{js}] - && \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u^*, \\ & -[t_{uilk} + x_{il} + t_{prest_{uij}}] \geq && j \neq i, l \in S, s \in S, \end{aligned} \quad (6.31)$$

$$\geq M \cdot (z_{uilkjsp} - 1)$$

$$\begin{aligned} & [\tau_{ujsp}(v, w) + x_{js}] - \\ & - [t_{uilk} + x_{il} + t_{prest_{uij}}] \leq \\ & \leq h_{uilkjs} + M \cdot (1 - z_{uilkjsp}) \end{aligned}$$

$$\sum_{p \in P_{js}} z_{uilkjsp} = 1$$

$$v_{js} + w_{js} = 1$$

$$x_{il} \leq a_{il}$$

$$x_{il} \in R_0^+$$

$$h_{uilkjs} \in R_0^+$$

$$z_{uilkjsp} \in \{0; 1\}$$

$$v_{js} \in \{0; 1\}$$

$$w_{js} \in \{0; 1\}$$

$$k \in P_{il}, p \in P_{js}$$

$$\text{a } b_{uiljs} = 1$$

$$\begin{aligned} & \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u^*, \\ & j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il}, \end{aligned} \quad (6.32)$$

$$p \in P_{js} \text{ a } b_{uiljs} = 1$$

$$\begin{aligned} & \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u^*, \\ & j \neq i, l \in S, s \in S, \end{aligned} \quad (6.33)$$

$$k \in P_{il} \text{ a } b_{uiljs} = 1$$

$$\text{pro } j \in L^* \text{ a } s \in S \quad (6.34)$$

$$\text{pro } i \in L \text{ a } l \in S \quad (6.35)$$

$$\text{pro } i \in L \text{ a } l \in S \quad (6.36)$$

$$\begin{aligned} & \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u^*, \\ & j \neq i, l \in S, s \in S, \end{aligned} \quad (6.37)$$

$$k \in P_{il} \text{ a } b_{uiljs} = 1$$

$$\begin{aligned} & \text{pro } u \in U, i \in L_u, j \in L_u^*, \\ & j \neq i, l \in S, s \in S, \end{aligned} \quad (6.38)$$

$$k \in P_{il}, p \in P_{js}$$

$$\text{a } b_{uiljs} = 1$$

$$\text{pro } j \in L^* \text{ a } s \in S \quad (6.39)$$

$$\text{pro } j \in L^* \text{ a } s \in S \quad (6.40)$$

Funkce (6.30) reprezentuje optimalizační kritérium – celkovou časovou ztrátu všech přestupujících cestujících ve všech přestupních uzlech. Skupina omezujících podmínek (6.31) zajistí, že v případě časové nepřístupnosti poloh spojů koordinovaných linek jedoucích v koordinací dotčených směrech nevznikne koordinační vazba. Skupina omezujících podmínek (6.32) kvantifikuje časové ztráty přestupujících cestujících generovaných vznikem koordinačních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.33) zajistí tvorbu koordinačních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.34) je vytvářena pouze pro spoje z množiny odjíždějících linek L^* a jejich směrů, ve kterých je mezi nimi uplatněn střídavý takt (v případě kyvadlových linek se předpokládá, že když je střídavý takt uplatněn v jednom směru, je uplatněn rovněž ve směru opačném). Skupina omezujících podmínek (6.35) zajistí, že při případných časových posunech spojů generovaných za účelem snížení celkové časové ztráty nebudou překročeny maximální hodnoty přípustných časových posunů. Skupiny omezujících podmínek (6.36) – (6.40) vymezují definiční obory proměnných použitých v modelu.

6.9 Metodika tvorby optimalizačního modelu pro provozní variantu se střídavou hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a konstantní hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu

Formulace problému bude mít pro provozní variantu uvedenou v podkapitole 6.9 následující tvar:

Je dána množina přestupních uzlů U a množina linek L , jejichž spoje mají být v přestupních uzlech definovaným způsobem koordinovány. Pro každý uzel $u \in U$ je dále definována množina linek L_u , jejichž spoje mají být v uzlu $u \in U$ koordinovány. Pro každou linku $i \in L$ je opět definována množina směrů S_i , ve kterých jsou vedeny její spoje (v dalším textu předpokládáme, že koordinované linky jsou kyvadlového charakteru, tedy množiny směrů jsou pro všechny linky stejné – jsou dva a opět je tedy možno upustit od indexu v případě množin S_i a v dalším textu bude tedy pracováno pouze se zjednodušeným označením S). Pro každou linku $i \in L$ a směr $l \in S$ je definována množina spojů P_{il} , které mají být koordinovány. Analogicky,

jako v přechozím případě je do koordinace zahrnut takový počet spojů, který odpovídá počtu spojů v koordinační periodě odpovídající nejmenšímu společnému násobku hodnot všech uzlových koordinačních period, podrobnosti pro výpočet koordinační periody jsou uvedeny v podkapitole 6.4.

Každý požadavek na koordinaci v řešené síti je definován uspořádanou sedmicí $[u; i; l; k; j; s; f]$, kde $u \in U$, $i \in L_u^{**}$ a $j \in L_u$, $l \in S$, $s \in S$ a $k \in P_{il}$. První číslo v uspořádané šestici identifikuje koordinační uzel, druhé číslo reprezentuje číslo příjíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, třetí číslo reprezentuje číslo směru příjíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, a čtvrté číslo reprezentuje číslo spoje příjíždějící linky, ze kterého je požadován přestup. Páté a šesté číslo reprezentuje číslo odjíždějící linky a jejího směru, do kterého je požadován přestup. Je logické, že musí platit, že $j \neq i$, protože koordinovat přestupy mezi spoji stejných linek není v praxi relevantní. V případě směrů spojů linek však může také platit, že $l = s$, neboť platí, že do stejných směrů přestup mezi různými linkami může být vyžadován. Poslední číslo v sedmici reprezentuje počet cestujících přestupujících v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u^{**}$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$.

Existence požadavku na koordinaci v matematickém modelu je opět definována maticí B obsahující hodnoty 0 nebo 1. Když v uzlu $u \in U$ existuje požadavek na vytvoření koordinace ze spojů příjíždějící linky $i \in L_u^{**}$ jedoucí ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$, potom $b_{uiljs} = 1$, v opačném případě $b_{uiljs} = 0$.

Pro každou dvojici linek $i \in L_u^{**}$ a $j \in L_u$, kde $u \in U$, v situaci, kdy $b_{uiljs} = 1$, je definována hodnota přestupní doby $t_{prest_{uij}}$ (předpokládá se opět, že hodnota přestupní doby mezi spoji koordinovaných linek nezávisí na tom, o jakou dvojici spojů daných linek se jedná). V případě intenzit cestujících f_{uilks} přestupujících (za zvolenou koordinační periodu) ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u^{**}$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$ je však nutno postupovat opět odlišně od prvního případu uvedeného v podkapitole 6.6. Důvodem pro odlišný přístup je opět existence většího počtu spojů příjíždějících linek příjíždějících do přestupních uzlů. Zpravidla se postupuje dvěma způsoby.

Prvním způsobem je provedení podrobného přepravního průzkumu, při kterém budou zjišťovány intenzity cestujících příjíždějících jednotlivými spoji příjíždějících linek do přestupních uzlů, přičemž kromě počtů cestujících příjíždějících spoji příjíždějících linek do přestupních uzlů budou sledovány také směry, do kterých cestující přestupují. Úskalím prvního přístupu však je, že po posunu spojů do jiných časových poloh dojde ke změnám intenzit, protože přesunem spoje do jiné časové polohy se daný spoj může stát pro cestujícího časově irelevantní.

Nejsou-li k dispozici výsledky směrového přepravního průzkumu, je možno postupovat tak, že bude pracováno s hodnotami intenzit přestupujících cestujících zatížených maximální mírou neurčitosti, tzn., že počet cestujících přestupujících mezi spoji dvou linek za koordinační období bude rozdělen mezi příjíždějící spoje rovnoměrně.

Pro každou příjíždějící linku $i \in L_u^{**}$, z jejichž spojů obsluhujících koordinační uzel $u \in U$ ve směru $l \in S$ se přestupuje, je definován čas nejdříve možné obsluhy uzlu prvním spojem dané linky t_{uil1} , hodnota základního taktu T_i a dále časy nejdříve možných odjezdů dalších spojů v koordinační periodě, které je možno vypočítat ze vztahu s využitím postupu uvedeného v podkapitole 6.5. Pro zjednodušení symbolického zápisu modelu, položme nejdříve možné časy obsluhy uzlu $u \in U$ spojem $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u^{**}$ jedoucím ve směru $l \in S$ symbolem $\tau_{uilk}(v,w)$. Pro každou odjíždějící linku $j \in L_u$, na jejíž spoje obsluhující koordinační uzel $u \in U$ ve směru $s \in S$ se přestupuje, jsou definovány hodnoty taktu T_j , nejdříve možného času obsluhy přestupního uzlu prvním odjíždějícím spojem dané linky $t_{uj s1}$ a dále časy nejdříve možných příjezdů spojů v koordinační periodě, které je možno vypočítat ze vztahu $t_{uj sp} = t_{uj s1} + (p - 1) \cdot T_j$, kde $k \in P_{js} \setminus \{1\}$.

Úkolem je rozhodnout o časových posunech spojů linek v jednotlivých směrech koordinovaných v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách) a aby se současně minimalizovala celková časová ztráta všech přestupujících cestujících.

Za účelem modelování rozhodnutí zavedeme do optimalizační úlohy následující proměnné:

x_{il} nezáporná proměnná modelující časový posun všech spojů linky $i \in L_u$ ve směru $l \in S$ počítaný od jejich nejdříve možných časových poloh,

h_{uilkjs} nezáporná proměnná modelující časovou ztrátu každého cestujícího přestupujícího v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u^{**}$ jedoucího ve směru $l \in S$ na nejbližší spoj linky $j \in L_u$ jedoucí ve směru $s \in S$,

$z_{uilkjsp}$ pomocná bivalentní proměnná modelující vznik koordinační vazby mezi spojem $k \in P_{il}$ přijíždějící linky $i \in L_u^{**}$ jedoucím ve směru $l \in S$ a spojem $p \in P_{js}$ odjíždějící linky $j \in L_u$ jedoucím ve směru $s \in S$ v přestupním uzlu $u \in U$,

v_{il} pomocná bivalentní proměnná zaváděná za účelem zvýšení hodnoty základního taktu o 1 elementární časovou jednotku po každém sudém spoji přijíždějící linky $i \in L_u^{**}$ ve směru $l \in S$ v rámci koordinační periody obsluhujícím poslední přestupní uzel na trase linky,

w_{il} pomocná bivalentní proměnná zaváděná za účelem zvýšení hodnoty základního taktu o 1 elementární časovou jednotku po každém lichém spoji přijíždějící linky $i \in L_u^{**}$ ve směru $l \in S$ v rámci koordinační periody, vyjma prvního spoje obsluhujícího poslední přestupní uzel na trase linky.

Symbol M reprezentuje prohibitivní konstantu. Za její hodnotu je možno zvolit např. číslo 10^6 .

Matematický model řešené úlohy bude mít tvar (6.41) – (6.51):

$$\min f(x, h, z, v, w) = \sum_{u \in U} \sum_{i \in L_u^{**}} \sum_{l \in S} \sum_{k \in P_{il}} \sum_{\substack{j \in L_u \\ j \neq i}} \sum_{s \in S} b_{uiljs} \cdot f_{uilkjs} \cdot h_{uilkjs} \quad (6.41)$$

za podmíněk:

$$\begin{aligned} [t_{ujsp} + x_{js}] - [\tau_{uilk}(v, w) + x_{il} + \\ + t_{prest_{uij}}] \geq M \cdot (z_{uilkjsp} - 1) \end{aligned} \quad \begin{aligned} \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u, \\ j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il}, \\ p \in P_{js} \text{ a } b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.42)$$

$$[t_{ujsp} + x_{js}] - [\tau_{uilk}(v, w) + x_{il} + t_{prest_{uij}}] \leq h_{uilkjs} + M \cdot (1 - z_{uilkjsp}) \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u, \\ j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il}, \quad (6.43) \\ p \in P_{js} \text{ a } b_{uiljs} = 1$$

$$\sum_{p \in P_{js}} z_{uilkjsp} = 1 \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u, \\ j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il} \quad (6.44)$$

$$v_{il} + w_{il} = 1 \quad \text{a } b_{uiljs} = 1 \quad (6.45)$$

$$x_{il} \leq a_{il} \quad \text{pro } i \in L \text{ a } l \in S \quad (6.46)$$

$$x_{il} \in R_0^+ \quad \text{pro } i \in L \text{ a } l \in S \quad (6.47)$$

$$h_{uilkjs} \in R_0^+ \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u, \\ j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il} \quad (6.48)$$

$$z_{uilkjsp} \in \{0; 1\} \quad \text{a } b_{uiljs} = 1 \\ \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u, \\ j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il}, \quad (6.49)$$

$$v_{il} \in \{0; 1\} \quad \text{pro } i \in L^{**} \text{ a } l \in S \quad (6.50)$$

$$w_{il} \in \{0; 1\} \quad \text{pro } i \in L^{**} \text{ a } l \in S \quad (6.51)$$

Funkce (6.41) reprezentuje optimalizační kritérium – celkovou časovou ztrátu všech přestupujících cestujících ve všech přestupních uzlech. Skupina omezujících podmínek (6.42) zajistí, že v případě časové nepřípustnosti poloh spojů koordinovaných linek jedoucích v koordinaci dotčených směrech nevznikne koordinační vazba. Skupina omezujících podmínek (6.43) kvantifikuje časové ztráty přestupujících cestujících generovaných vznikem koordinačních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.44) zajistí tvorbu koordinačních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.45) je vytvářena pouze pro spoje v množině příjíždějících linek L^{**} a jejich směry, ve kterých je mezi nimi uplatněn střídavý takt (v případě kyvadlových linek se předpokládá, že když je střídavý takt uplatněn v jednom směru, je uplatněn rovněž ve směru opačném). Skupina omezujících podmínek (6.46) zajistí, že při případných

časových posunech spojů generovaných za účelem snížení celkové časové ztráty nebudou překročeny maximální hodnoty přípustných časových posunů. Skupiny omezujících podmínek (6.47) – (6.51) vymezují definiční obory proměnných použitých v modelu.

6.10 Metodika tvorby optimalizačního modelu pro provozní variantu se střídavou hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a střídavou hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu

Formulace problému bude mít pro provozní variantu uvedenou v podkapitole 6.10 následující tvar:

Je dána množina přestupních uzlů U a množina linek L , jejichž spoje mají být v přestupních uzlech definovaným způsobem koordinovány. Pro každý uzel $u \in U$ je dále definována množina linek L_u , jejichž spoje mají být v uzlu $u \in U$ koordinovány. Pro každou linku $i \in L$ je definována množina směrů S_i , ve kterých jsou vedeny její spoje (v dalším textu předpokládáme, že se jedná o kyvadlové linky, tedy množiny směrů jsou pro všechny linky stejné – jsou dva, je tedy možno upustit od indexu v případě množin S_i a v dalším textu bude tedy pracováno pouze se zjednodušeným označením S). Pro každou linku $i \in L$ a směr $l \in S$ je definována množina spojů P_{il} , které mají být koordinovány. Analogicky, jako v přechodím případě je do koordinace zahrnut takový počet spojů, který odpovídá počtu spojů v koordinační periodě odpovídající nejmenšímu společnému násobku hodnot všech uzlových koordinačních period, podrobnosti pro výpočet koordinační periody jsou uvedeny v podkapitole 6.4.

Každý požadavek na koordinaci v řešené síti je definován uspořádanou sedmicí $[u; i; l; k; j; s; f]$, kde $u \in U$, $i \in L_u^{**}$ a $j \in L_u^*$, $l \in S$, $s \in S$ a $k \in P_{il}$. První číslo v uspořádané sedmicí identifikuje koordinační uzel, druhé číslo reprezentuje číslo příjíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, třetí číslo reprezentuje číslo směru příjíždějící linky, jejíž spoje mají být koordinovány, a čtvrté číslo reprezentuje číslo

spoje příjíždějící linky, ze kterého je požadován přestup. Páté a šesté číslo reprezentuje číslo odjíždějící linky a jejího směru, do kterého je požadován přestup. Je logické, že opět musí platit, že $j \neq i$, protože koordinovat přestupy mezi spoji stejných linek není v praxi relevantní. V případě směrů spojů linek však může také opět platit, že $l = s$, neboť platí, že do stejných směrů přestup mezi různými linkami může být vyžadován. Poslední číslo v sedmici reprezentuje počet cestujících přestupujících v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u^{**}$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u^*$ jedoucí ve směru $s \in S$.

Existence požadavku na koordinaci v matematickém modelu je opět definována maticí B obsahující hodnoty 0 nebo 1. Když v uzlu $u \in U$ existuje požadavek na vytvoření koordinace ze spojů příjíždějící linky $i \in L_u^{**}$ jedoucí ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u^*$ jedoucí ve směru $s \in S$, potom $b_{uiljs} = 1$, v opačném případě $b_{uiljs} = 0$.

Pro každou dvojici linek $i \in L_u^{**}$ a $j \in L_u^*$, kde $u \in U$, v situaci, kdy $b_{uiljs} = 1$, je definována hodnota přestupní doby $tprest_{uij}$ (předpokládá se opět, že hodnota přestupní doby mezi spoji koordinovaných linek nezávisí na tom, o jakou dvojici spojů daných linek se jedná). V případě intenzit cestujících f_{uilkjs} přestupujících (za zvolenou koordinační periodu) ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u^{**}$ jedoucího ve směru $l \in S$ na spoje linky $j \in L_u^*$ jedoucí ve směru $s \in S$, je však nutno postupovat odlišně od prvního případu uvedeného v podkapitole 6.6. Důvodem pro odlišný přístup je opět existence většího počtu spojů příjíždějících linek příjíždějících do přestupních uzlů. Zpravidla se opět postupuje jedním ze dvou způsobů.

Prvním způsobem je opět provedení podrobného přepravního průzkumu, při kterém budou zjišťovány intenzity cestujících příjíždějících jednotlivými spoji příjíždějících linek do přestupních uzlů, přičemž kromě počtů cestujících příjíždějících spojů příjíždějících linek do přestupních uzlů budou sledovány také směry, do kterých cestující přestupují. Úskalím prvního přístupu však je, že po posunu spojů do jiných časových poloh dojde ke změnám intenzit, protože přesunem spoje do jiné časové polohy se daný spoj může stát pro cestujícího časově irrelevantní. Nejsou-li k dispozici výsledky směrového přepravního průzkumu, je možno postupovat tak, že bude pracováno s hodnotami intenzit přestupujících cestujících zatížených

maximální mírou neurčitosti, tzn., že počet cestujících přestupujících mezi spoji dvou linek za koordinační období bude rozdělen mezi příjíždějící spoje rovnoměrně.

Pro každou příjíždějící linku $i \in L_u^{**}$, z jejichž spojů obsluhujících koordinační uzel $u \in U$ ve směru $l \in S$ se přestupuje, je definován čas nejdříve možné obsluhy uzlu prvním spojem dané linky t_{uil1} , hodnota základního taktu T_i a dále časy nejdříve možných odjezdů dalších spojů v koordinační periodě, které je možno vypočítat ze vztahu s využitím postupu uvedeného v podkapitole 6.5. Pro zjednodušení symbolického zápisu modelu, položme nejdříve možné časy obsluh uzlu $u \in U$ spojem $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u^{**}$ jedoucím ve směru $l \in S$ symbolem $\tau_{uilk}(v, w)$.

Pro každou odjíždějící linku $j \in L_u^*$, na jejíž spoje obsluhující koordinační uzel $u \in U$ ve směru $s \in S$ se přestupuje, jsou definovány hodnoty základního taktu T_j , nejdříve možného času obsluhy přestupního uzlu prvním odjíždějícím spojem dané linky t_{uj1} a dále časy nejdříve možných odjezdů dalších spojů v koordinační periodě, které je možno vypočítat ze vztahu s využitím postupu uvedeného v podkapitole 6.5. Pro zjednodušení symbolického zápisu modelu, položme nejdříve možné časy obsluh uzlu $u \in U$ spojem $p \in P_{js}$ linky $j \in L_u^*$ jedoucím ve směru $s \in S$ symbolem $\tau_{ujsp}(v, w)$.

Úkolem je rozhodnout o časových posunech spojů v jednotlivých směrech koordinovaných linek v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách) a aby se současně minimalizovala celková časová ztráta všech přestupujících cestujících.

Za účelem modelování rozhodnutí zavedeme do optimalizační úlohy následující proměnné:

x_{il} nezáporná proměnná modelující časový posun všech spojů linky $i \in L_u$ ve směru $l \in S$ počítaný od jejich nejdříve možných časových poloh,

h_{uilkjs} nezáporná proměnná modelující časovou ztrátu každého cestujícího přestupujícího v uzlu $u \in U$ ze spoje $k \in P_{il}$ linky $i \in L_u^{**}$ jedoucího ve směru $l \in S$ na nejbližší spoj linky $j \in L_u^*$ jedoucí ve směru $s \in S$,

$z_{uilkjsp}$ pomocná bivalentní proměnná modelující vznik koordinační vazby mezi spojem $k \in P_{il}$ přijíždějící linky $i \in L_u^{**}$ jedoucím ve směru $l \in S$ a spojem $p \in P_{js}$ odjíždějící linky $j \in L_u^*$ jedoucím ve směru $s \in S$ v přestupním uzlu $u \in U$.

v_{il} pomocná bivalentní proměnná zaváděná za účelem zvýšení hodnoty základního taktu o 1 elementární časovou jednotku po každém sudém spoji přijíždějící linky $i \in L_u^{**} \cup L_u^*$ ve směru $l \in S$ v rámci koordinační periody obsluhujícím poslední přestupní uzel na trase linky,

w_{il} pomocná bivalentní proměnná zaváděná za účelem zvýšení hodnoty základního taktu o 1 elementární časovou jednotku po každém lichém spoji linky $i \in L_u^{**} \cup L_u^*$ ve směru $l \in S$ v rámci koordinační periody, vyjma prvního spoje obsluhujícího poslední přestupní uzel na trase linky.

Symbol M reprezentuje prohibivní konstantu. Za její hodnotu je možno zvolit např. číslo 10^6 .

Matematický model řešené úlohy bude mít tvar (6.52) – (6.62):

$$\min f(x, h, z, v, w) = \sum_{u \in U} \sum_{i \in L_u^{**}} \sum_{l \in S} \sum_{k \in P_{il}} \sum_{\substack{j \in L_u^* \\ j \neq i}} \sum_{s \in S} b_{uiljs} \cdot f_{uilkjs} \cdot h_{uilkjs} \quad (6.52)$$

za podmíněk:

$$\begin{aligned} & [\tau_{ujsp}(v, w) + x_{js}] - && \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u^*, \\ & -[\tau_{uilk}(v, w) + x_{il} + t_{prest_{uij}}] \geq && j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il}, \\ & \geq M \cdot (z_{uilkjsp} - 1) && p \in P_{js} \text{ a } b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.53)$$

$$\begin{aligned} & [\tau_{ujsp}(v, w) + x_{js}] - && \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u^*, \\ & -[\tau_{uilk}(v, w) + x_{il} + t_{prest_{uij}}] \leq && j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il}, \\ & \leq h_{uilkjs} + M \cdot (1 - z_{uilkjsp}) && p \in P_{js} \text{ a } b_{uiljs} = 1 \end{aligned} \quad (6.54)$$

$$\sum_{p \in P_{js}} z_{uilkjsp} = 1 \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u^*,$$

$$j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il} \quad (6.55)$$

$$a \quad b_{uiljs} = 1$$

$$v_{il} + w_{il} = 1 \quad \text{pro } i \in L_u^{**} \cup L_u^* \text{ a } l \in S \quad (6.56)$$

$$x_{il} \leq a_{il} \quad \text{pro } i \in L_u^{**} \cup L_u^* \text{ a } l \in S \quad (6.57)$$

$$x_{il} \in R_0^+ \quad \text{pro } i \in L_u^{**} \cup L_u^* \text{ a } l \in S \quad (6.58)$$

$$h_{uilkjs} \in R_0^+ \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u^*,$$

$$j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il} \quad (6.59)$$

$$a \quad b_{uiljs} = 1$$

$$z_{uilkjsp} \in \{0; 1\} \quad \text{pro } u \in U, i \in L_u^{**}, j \in L_u^*,$$

$$j \neq i, l \in S, s \in S, k \in P_{il}, \quad (6.60)$$

$$p \in P_{js} \text{ a } b_{uiljs} = 1$$

$$v_{il} \in \{0; 1\} \quad \text{pro } i \in L_u^{**} \cup L_u^* \text{ a } l \in S \quad (6.61)$$

$$w_{il} \in \{0; 1\} \quad \text{pro } i \in L_u^{**} \cup L_u^* \text{ a } l \in S \quad (6.62)$$

Funkce (6.52) reprezentuje optimalizační kritérium – celkovou časovou ztrátu všech přestupujících cestujících ve všech přestupních uzlech. Skupina omezujících podmínek (6.53) zajistí, že v případě časové nepřístupnosti poloh spoju koordinovaných linek jedoucích v koordinací dotčených směrech nevznikne koordinální vazba. Skupina omezujících podmínek (6.54) kvantifikuje časové ztráty přestupujících cestujících generovaných vznikem koordinálních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.55) zajistí tvorbu koordinálních vazeb. Skupina omezujících podmínek (6.56) je vytvářena pouze pro množinu linek L a jejich směry a jejich směry, ve kterých je mezi spoji uplatněn střídavý takt (v případě kyvadlových linek se předpokládá, že když je střídavý takt uplatněn v jednom směru, je uplatněn rovněž ve směru opačném). Skupina omezujících podmínek (6.57) zajistí, že při případných

časových posunech spojů generovaných za účelem snížení celkové časové ztráty nebudou překročeny maximální hodnoty přípustných časových posunů. Skupiny omezujících podmínek (6.58) – (6.62) vymezují definiční obory proměnných použitých v modelu.

7 PRAKTICKÉ UKÁZKY TVORBY OPTIMALIZAČNÍCH MODELŮ A JEJICH ŘEŠENÍ

Praktické ukázky tvorby optimalizačních modelů budou realizovány prostřednictvím Příkladu 7.1 – Příkladu 7.3.

Příklad 7.1

Uvažujme dva přestupní uzly s realizovanou koordinací obsluhované třemi linkami s konstantním taktem 20 minut. Linka 1 obsluhuje oba přestupní uzly, linka 2 obsluhuje pouze přestupní uzel 1 a linka 3 obsluhuje pouze přestupní uzel 2 (pro názornost postupu řešení upouštíme při tvorbě a řešení modelu v případě linek 2 a 3 od zohlednění dalších koordinačních vazeb v jiných přestupních uzlech). Uvažujme, že cestovní doba spojů linky 1 mezi oběma přestupními uzly činí 4 minuty. Elementární časovou jednotkou z hlediska časové koordinace na všech linkách zúčastněných na koordinaci je 1 minuta. Přestupní doba mezi spoji koordinovaných linek v případě přestupního uzlu 1 činí 5 minut a v případě přestupního uzlu 2 činí 6 minut.

Další vstupní informace jsou obsaženy v Tab. č. 7.1 – Tab. č. 7.3 sestavených na základě formulářů uvedených v Tab. č. 4.1 – Tab. č. 4.3 (konečné zastávky v Tab. č. 7.1 jsou označeny velkými písmeny abecedy, přestupní uzly čísly, názvy přestupních uzlů jsou v demonstračním příkladu vynechány):

Číslo linky	Směr 1 (Výchozí zastávka → Cílová zastávka)	Směr 2 (opačný směr, jedná-li se o kyvadlovou linku) (Výchozí zastávka → Cílová zastávka)
1	$A \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow B$	$B \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow A$
2	$C \rightarrow 1 \rightarrow D$	$D \rightarrow 1 \rightarrow C$
3	$E \rightarrow 2 \rightarrow F$	$F \rightarrow 2 \rightarrow E$

Tab. č. 7.1: Seznam koordinovaných linek a jejich směrů – Příklad 7.1

Např. 1. řádek Tab. č. 7.1 lze interpretovat následovně: trasa linky 1 ve směru 1 začíná ve výchozí konečné zastávce A, prochází postupně přestupními uzly 1 a 2 (v daném pořadí) a končí v cílové konečné zastávce B. Linka 1 je kyvadlová, proto její trasa

ve směru 2 začíná ve výchozí konečné zastávce B, trasa prochází postupně přestupními uzly 2 a 1 (v daném pořadí) a končí v cílové konečné zastávce A.

Název přestupního uzlu u	Číslo přestupního uzlu u	z		na		Přestupní doba $t_{prest_{uij}}$ [min]
		linky číslo i	směru číslo l	linku číslo j	směr číslo s	
	1	1	1	2	1	5
	1	1	1	2	2	5
	2	3	2	1	2	6

Tab. č. 7.2: Seznam koordinačních uzlů s uvedením koordinovaných linek a jejich směrů – Příklad 7.1

Např. 1. řádek Tab. č. 7.2 lze interpretovat následovně: v přestupním uzlu 1 je nutno zajistit koordinační vazbu mezi spoji linky 1 jedoucí ve směru 1 a spoji linky 2 jedoucími ve směru 1.

Číslo přestupního uzlu u	z			Počet přestupujících cestujících f_{uilkjs}	na	
	linky číslo i	směru číslo l	spoje číslo k		linku číslo j	směr číslo s
1	1	1	1	10	2	1
1	1	1	1	5	2	2
2	3	2	1	12	1	2

Tab. č. 7.3: Seznam koordinačních vazeb a počtů přestupujících cestujících využívajících dané koordinační vazby – Příklad 7.1

Úkolem je vytvořit matematický model úlohy, jehož řešením budou identifikovány časové posuny spojů linek v jednotlivých směrech koordinovaných v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách), a aby se současně minimalizovala celková časová ztráta všech přestupujících cestujících.

Tvorbu optimalizačního modelu zahájíme výpočtem počtu spojů zahrnutých do koordinace. Na všech třech koordinovaných linkách je uplatněn konstantní takt o délce 20 minut, tedy koordinační perioda bude mít hodnotu $K_p = 20$ minut. Podle úvah učiněných v podkapitole 6.4.1 bude do koordinace v uvedeném případě na příjízdějících linkách (linka 1 do přestupního uzlu 1 ve směru 1 a linka 3 do přestupního uzlu 2 ve směru 2) zahrnut vždy pouze 1 spoj, na odjízdějících linkách (linka 2 z přestupního uzlu 2 v obou směrech) to budou 2 spoje.

V dalším postupu identifikujeme nejdříve možné polohy spojů obsluhující jednotlivé přestupní uzly. Řídíme se postupem uvedeným v Příkladu 6.10. Sestrojíme analogii Tab. č. 6.1. Protože více uzlů v Příkladu 7.1 je obsluhováno pouze linkou 1, bude Tab. č. 7.4 obsahovat pouze informace k lince 1.

Směr 1, pořadí obsluhovaných přestupních uzlů 1 → 2			
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 1 (přestupní uzel v daném směru obsluhovaný jako první v pořadí)	-4	16 = t_{1111}	36 = t_{1112}
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 2 (přestupní uzel v daném směru obsluhovaný jako druhý v pořadí)	0 = t_{2111}	20 = t_{2112}	---
Směr 2, pořadí obsluhovaných přestupních uzlů 2 → 1			
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 2 (přestupní uzel v daném směru obsluhovaný jako první v pořadí)	-4	16 = t_{2121}	36 = t_{2122}
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 1 (přestupní uzel v daném směru obsluhovaný jako druhý v pořadí)	0 = t_{1121}	20 = t_{1122}	---

Tab. č. 7.4: Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů 1 a 2

Ze všech časových údajů uvedených v Tab. č. 7.4 budou (vzhledem k požadovaným koordinačním vazbám) součástí koordinační úlohy: v případě přestupního uzlu 1 pouze hodnota nejdříve možného času obsluhy spojem 1 jedoucím ve směru 1 v čase

16 a v případě přestupního uzlu 2 hodnoty nejdříve možných časů obsluh přestupního uzlu 2 spoji 1 a 2 jedoucími ve směru 2 v časech 16, 36.

Nejdříve možné časové polohy obsluh přestupního uzlu 1 spoji linky 2 a přestupního uzlu 2 spoji linky 3 jsou v časech 00, 20.

V dalším postupu identifikujeme hodnoty incidenční matice **B**. Pro prvky matice na základě informací uvedených v Tab. č. 7.2 platí $b_{11121} = 1$, $b_{11122} = 1$ a $b_{23212} = 1$, pro ostatní kombinace indexů platí $b_{uiljs} = 0$.

V dalším postupu určíme hodnoty maximálních dovolených časových posunů spojů koordinovaných linek. Protože na síťové uzlové časové koordinaci jsou zúčastněny pouze spoje linky 1 ve směrech 1 a 2, spoje linky 2 ve směrech 1 a 2 a spoje linky 3 ve směru 2, umožníme časové posuny, a tedy i maximální časové posuny pouze pro uvedené linky a směry. Při zachování předpokladu možného využití všech časových poloh v rámci taktů na linkách tedy bude platit $a_{11} = 19$, $a_{12} = 19$, $a_{21} = 19$, $a_{22} = 19$ a $a_{32} = 19$.

Následuje dosazení vstupních veličin do matematického modelu, který bude mít tvar (do modelu budou pro názornost zahrnuty pouze členy účelové funkce a omezující podmínky pro vyžadované koordinační vazby, tedy, když $b_{uiljs} = 1$, obligatorní podmínky nebudou jednotlivě vypisovány):

$$\min f(x, h, z) = 10 \cdot h_{111121} + 5 \cdot h_{111122} + 12 \cdot h_{232112}$$

za podmíněk:

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{11121} = 1$:

$$[0 + x_{21}] - [16 + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1111211} - 1)$$

$$[0 + x_{21}] - [16 + x_{11} + 5] \leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111211})$$

$$[20 + x_{21}] - [16 + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1111212} - 1)$$

$$[20 + x_{21}] - [16 + x_{11} + 5] \leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111212})$$

$$z_{1111211} + z_{1111212} = 1$$

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{11122} = 1$:

$$\begin{aligned} [0 + x_{22}] - [16 + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111221} - 1) \\ [0 + x_{22}] - [16 + x_{11} + 5] &\leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111221}) \\ [20 + x_{22}] - [16 + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111222} - 1) \\ [20 + x_{22}] - [16 + x_{11} + 5] &\leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111222}) \\ z_{1111221} + z_{1111222} &= 1 \end{aligned}$$

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{23212} = 1$:

$$\begin{aligned} [16 + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] &\geq M \cdot (z_{2321121} - 1) \\ [16 + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] &\leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321121}) \\ [36 + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] &\geq M \cdot (z_{2321122} - 1) \\ [36 + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] &\leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321122}) \\ z_{2321121} + z_{2321122} &= 1 \end{aligned}$$

podmínky zajišťující nepřekročení maximálních dovolených časových posunů spojů na koordinovaných linkách:

$$\begin{aligned} x_{11} &\leq 19 \\ x_{12} &\leq 19 \\ x_{21} &\leq 19 \\ x_{22} &\leq 19 \\ x_{31} &\leq 0 \\ x_{32} &\leq 19 \end{aligned}$$

obligatorní podmínky:

$$\begin{aligned} x_{il} &\in R_0^+ && \text{pro } i \in \{1; 2; 3\} \text{ a } l \in \{1; 2\} \\ h_{uilkjs} &\in R_0^+ && \text{pro } u \in \{1; 2\}, i \in \{1; 2; 3\}, \\ &&& j \in \{1; 2; 3\}, j \neq i, l \in \\ &&& \{1; 2\}, s \in \{1; 2\}, k \in \{1\}, \\ &&& b_{uiljs} = 1 \\ z_{uilkjsp} &\in \{0; 1\} && \text{pro } u \in \{1; 2\}, i \in \{1; 2; 3\}, \\ &&& j \in \{1; 2; 3\}, j \neq i, l \in \\ &&& \{1; 2\}, s \in \{1; 2\}, k \in \{1\}, \end{aligned}$$

$$p \in \{1; 2\}, b_{uiljs} = 1$$

Pro řešení sestaveného modelu je možno využít např. univerzální optimalizační software Xpress-IVE. Text programu je následující:

```
model Priklad_7_1
uses "mmxprs";
declarations
uzel=1..2
linka=1..3
smer=1..2
spoj=1..2
t:array(uzel,linka,smer,spoj)of real
a:array(linka,smer)of real
x:array(linka,smer)of mpvar
z:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer,spoj)of mpvar
h:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer)of mpvar
f:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer)of real
trest:array(uzel,linka,linka)of real
end-declarations
M:=1000000
(0+x(2,1))-(16+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,1)-1)
(0+x(2,1))-(16+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,1))
(20+x(2,1))-(16+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,2)-1)
(20+x(2,1))-(16+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,2))
z(1,1,1,1,2,1,1)+z(1,1,1,1,2,1,2)=1
(0+x(2,2))-(16+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,2,1)-1)
(0+x(2,2))-(16+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,1))
(20+x(2,2))-(16+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,2,2)-1)
(20+x(2,2))-(16+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,2))
z(1,1,1,1,2,2,1)+z(1,1,1,1,2,2,2)=1
(16+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)>=M*(z(2,3,2,1,1,2,1)-1)
(16+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)<=h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,1))
(36+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)>=M*(z(2,3,2,1,1,2,2)-1)
(36+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)<=h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,2))
z(2,3,2,1,1,2,1)+z(2,3,2,1,1,2,2)=1
x(1,1)<=19
x(1,2)<=19
x(2,1)<=19
x(2,2)<=19
x(3,2)<=19
z(1,1,1,1,2,1,1)is_binary
z(1,1,1,1,2,1,2)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,1)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,2)is_binary
```

```
z(2,3,2,1,1,2,1)is_binary
z(2,3,2,1,1,2,2)is_binary
Celkova_casova_ztrata:=10*h(1,1,1,1,2,1)+5*h(1,1,1,1,2,2)+12*h(2,3,2,1,1,2)
minimize(Celkova_casova_ztrata)
writeln("Celkova casova ztrata je: ",getobjval," osobominut")
writeln("Casove posuny na jednotlivych linkach:")
writeln("x(1,1) = ",getsol(x(1,1))," min")
writeln("x(1,2) = ",getsol(x(1,2))," min")
writeln("x(2,1) = ",getsol(x(2,1))," min")
writeln("x(2,2) = ",getsol(x(2,2))," min")
writeln("x(3,2) = ",getsol(x(3,2))," min")
writeln("Cekani:")
writeln("h(1,1,1,1,2,1) = ",getsol(h(1,1,1,1,2,1))," min")
writeln("h(1,1,1,1,2,2) = ",getsol(h(1,1,1,1,2,2))," min")
writeln("h(2,3,2,1,1,2) = ",getsol(h(2,3,2,1,1,2))," min")
writeln("Koordinacni vazby:")
writeln("z(1,1,1,1,2,1,1) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,1)))
writeln("z(1,1,1,1,2,1,2) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,2)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,1) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,1)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,2) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,2)))
writeln("z(2,3,2,1,1,2,1) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,1)))
writeln("z(2,3,2,1,1,2,2) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,2)))
end-model
```

Po ukončení optimalizačního výpočtu byly obdrženy následující výsledky:

Celkova casova ztrata je: 0 osobominut
Casove posuny na jednotlivych linkach:
x(1,1) = 0 min
x(1,2) = 9 min
x(2,1) = 1 min
x(2,2) = 1 min
x(3,2) = 19 min
Cekani:
h(1,1,1,1,2,1) = 0 min
h(1,1,1,1,2,2) = 0 min
h(2,3,2,1,1,2) = 0 min
Koordinacni vazby:
z(1,1,1,1,2,1,1) = 0
z(1,1,1,1,2,1,2) = 1
z(1,1,1,1,2,2,1) = 0
z(1,1,1,1,2,2,2) = 1
z(2,3,2,1,1,2,1) = 1

$$z(2,3,2,1,1,2,2) = 0$$

Dosažené výsledky lze interpretovat následovně:

Hodnoty proměnných x_{il} udávají časové posuny spojů koordinovaných linek. Za účelem dosažení optimálního řešení (celková časová ztráta 0 osobominut) musí být provedeny následující časové posuny spojů zahrnutých do síťové uzlové časové koordinace:

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je uvedeno $x_{11} = 0$ minut. Proměnná x_{11} modeluje časový posun spojů linky 1 ve směru 1 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 1 ve směru 1 plní funkci přijíždějící linky do přestupního uzlu 1, do koordinační periody je tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnut pouze jeden spoj obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Nicméně, jen pro dokreslení celé řešené situace, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru a obsluhující oba přestupní uzly. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 1 spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 nastává v čase 16 (další spoje v časech 36 a 56) a přestupního uzlu 2 potom v časech 00 (další spoje v časech 20 a 40). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{11} = 0$ minut, obsluha přestupního uzlu 1 spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 zůstane v čase 16 (další spoje budou obsluhovat přestupní uzel v časech 36 a 56) a obsluha přestupního uzlu 2 spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 zůstane v čase 00 (další spoje budou obsluhovat přestupní uzel v časech 20, 40).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno, že $x_{12} = 9$ minut. Proměnná x_{12} modeluje časový posun spojů linky 1 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 1 ve směru 2 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 2, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty dva spoje obsluhující přestupní uzel 2 v daném směru. Pochopitelně, analogicky jako v předchozím případě, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru a obsluhující oba přestupní uzly. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1 a 2 linky 1 jedoucím ve směru 2 nastává v časech 00, 20 (další spoj v čase 40) a přestupního

uzlu 2 v časech 16, 36 (další spoj v čase 56). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{12} = 9$ minut, obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1 a 2 linky 1 jedoucími ve směru 2 nastane v časech 09, 29 (další spoj v čase 49) a přestupního uzlu 2 potom v časech 25, 45 (další spoj v čase 05 následující hodiny).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno, že $x_{21} = 1$ minuta. Proměnná x_{21} modeluje časový posun spojů linky 2 ve směru 1 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 2 ve směru 1 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 1, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty dva spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Pochopitelně, analogicky jako v předchozích případech, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1 a 2 linky 2 jedoucími ve směru 1 nastává v časech 00, 20 (další spoj v čase 40) To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{21} = 1$ minuta, obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1 a 2 linky 2 jedoucími ve směru 1 nastane v časech 01, 21 (další spoj v čase 41).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno, že $x_{22} = 1$ minuta. Proměnná x_{22} modeluje časový posun spojů linky 2 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 2 ve směru 2 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 1, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty dva spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Pochopitelně, analogicky jako v předchozích případech, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1 a 2 linky 2 jedoucími ve směru 2 nastává opět v časech 00, 20 (další spoj opět v čase 40) To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{22} = 1$ minuta, obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1 a 2 linky 2 jedoucími ve směru 2 nastane v časech 01, 21 (další spoj v čase 41).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno, že $x_{32} = 19$ minut. Proměnná x_{32} modeluje časový posun spojů linky 3 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 3 ve směru 2 plní funkci přijíždějící linky do přestupního uzlu 2, do koordinační periody je tedy, vzhledem k vstupním

podmínkám úlohy, zahrnut pouze jeden spoj obsluhující přestupní uzel 2 v daném směru. Pochopitelně, analogicky jako v předchozích případech, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 2 spojem 1 linky 3 jedoucím ve směru 2 nastává opět v čase 00 (další spoje opět v časech 20 a 40) To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{32} = 19$ minut, obsluha přestupního uzlu 2 spojem 1 linky 3 jedoucím ve směru 2 nastane v čase 19 (další spoje v časech 39 a 59).

V řešeném příkladu byly definovány 3 koordinační vazby: v přestupním uzlu 1 ze spojů linky 1 jedoucích ve směru 1 na spoje linky 2 jedoucí ve směru 1 a na spoje linky 2 jedoucí ve směru 2 a v přestupním uzlu 2 ze spojů linky 3 jedoucích ve směru 2 na spoje linky 1 jedoucí ve směru 2. Podle výpisu výsledků by přestupujícím cestujícím neměla vznikat časová ztráta, což v dalším textu zkontrolujeme prostřednictvím hodnot proměnných h_{uilkjs} , resp. jejich součtu.

Spoj 1 přijíždějící linky 1 jedoucí ve směru 1 obsluhuje přestupní uzel 1 v čase 16. Přestupní doba mezi spojem 1 přijíždějící linky 1 jedoucím ve směru 1 a spoji odjíždějící linky 2 jedoucím ve směru 1 činí 5 minut. Cestující přijíždějící spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 v čase 16 budou tedy připraveni k odjezdu spoje linky 2 jedoucího ve směru 1 v čase 21. Spoje linky 2 do směru 1 odjíždějí v časech 01, 21, a protože čas, kdy jsou cestující přestupující ze spoje 1 linky 1 jedoucího ve směru 1 připraveni k odjezdu spoji linky 2 jedoucím ve směru 1, se kryje s časovou polohou obsluhy přestupního uzlu 1 spojem 2 linky 2 jedoucím ve směru 1, potom také časová ztráta všech přestupujících cestujících v dané koordinační vazbě bude 0 osobominut.

Stejná situace nastává v případě přestupu ze spoje 1 linky 1 jedoucího ve směru 1 na spoje linky 2 jedoucí ve směru 2. Spoj 1 přijíždějící linky 1 jedoucí ve směru 1 obsluhuje přestupní uzel 1 v čase 16. Přestupní doba mezi spojem 1 přijíždějící linky 1 jedoucím ve směru 1 a spoji odjíždějící linky 2 jedoucím ve směru 2 činí 5 minut. Cestující přijíždějící spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 v čase 16 budou tedy připraveni k odjezdu spoje linky 2 jedoucího ve směru 2 v čase 21. Spoje linky 2 do směru 2 odjíždějí v časech 01, 21, a protože čas, kdy jsou cestující přestupující

ze spoje 1 linky 1 jedoucího ve směru 1 připraveni k odjezdu spoji linky 2 jedoucími ve směru 2, se kryje s časovou polohou obsluhy přestupního uzlu 1 spojem 2 linky 2 jedoucím ve směru 2, potom také časová ztráta všech přestupujících cestujících v dané koordinační vazbě bude 0 osobominut.

Zkontrolujeme dále hodnotu časové ztráty přestupujících cestujících pro třetí koordinační vazbu. Spoj 1 přijíždějící linky 3 jedoucí ve směru 2 obsluhuje přestupní uzel 2 v čase 19. Přestupní doba mezi spojem 1 přijíždějící linky 3 jedoucím ve směru 2 a spoji odjíždějící linky 1 jedoucími ve směru 2 činí 6 minut. Cestující přijíždějící spojem 1 linky 3 jedoucím ve směru 2 v čase 19 budou tedy připraveni k odjezdu spoje linky 1 jedoucího ve směru 2 v čase 25. Spoj linky 1 do směru 2 odjíždějí v časech 25, 45, a protože čas, kdy jsou cestující přestupující ze spoje 1 linky 3 jedoucího ve směru 2 připraveni k odjezdu spoji linky 1 jedoucími ve směru 2, se kryje s časovou polohou obsluhy přestupního uzlu 2 spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 2, potom také časová ztráta všech přestupujících cestujících v dané koordinační vazbě bude 0 osobominut.

Protože hodnoty časových ztrát cestujících přestupujících v rámci všech tří koordinačních vazeb jsou rovny 0, je rovna 0 také celková časová ztráta.

Na závěr interpretace výsledků příkladu budou interpretovány hodnoty proměnných $z_{uilkj\text{sp}}$. Z hlediska výsledků optimalizačního výpočtu jsou důležité hodnoty 1 uvedené proměnné, které reprezentují vznik přestupních vazeb. V případě výsledků příkladu 7.2 platí $z_{1111212} = 1$, $z_{1111222} = 1$ a $z_{2321121} = 1$. Hodnoty proměnných mají potvrdit interpretaci výsledků provedenou v předchozích odstavcích.

Proměnná $z_{1111212}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 1 (šestý index) a jejím spojem 2 (sedmý index). Proměnná $z_{1111222}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 2 (sedmý index). Proměnná $z_{2321121}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 2 (první index) mezi linkou 3 (druhý index), směru

2 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 1 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 1 (sedmý index).

Příklad 7.2

Uvažujme opět dva přestupní uzly s realizovanou koordinací obsluhované třemi linkami, z nichž linky 1 a 3 mají zaveden takt 20 minut a linka 2 má zaveden takt 10 minut. Linkové vedení je stejné jako v příkladu 7.1, tzn., linka 1 obsluhuje oba přestupní uzly, linka 2 obsluhuje pouze přestupní uzel 1 a linka 3 obsluhuje pouze přestupní uzel 2 (analogicky pro názornost postupu řešení v případě linek 2 a 3 upouštíme při tvorbě a řešení modelu od zohlednění dalších koordináčních vazeb v jiných přestupních uzlech). Uvažujme, že cestovní doba spojů linky 1 mezi oběma přestupními uzly činí 12 minut. Elementární časovou jednotkou z hlediska časové koordinace na všech linkách zúčastněných na koordinaci je 1 minuta. Přestupní doba mezi spoji koordinovaných linek v případě přestupního uzlu 1 činí 5 minut a v případě přestupního uzlu 2 činí 6 minut.

Další vstupní informace jsou obsaženy v Tab. č. 7.5 – Tab. č. 7.7 sestavených na základě formulářů uvedených v Tab. č. 4.1 – Tab. č. 4.3 (konečné zastávky v Tab. č. 7.5 jsou označeny velkými písmeny abecedy, přestupní uzly čísla, názvy přestupních uzlů jsou v demonstračním příkladu vynechány):

Číslo linky	Směr 1 (Výchozí zastávka → Cílová zastávka)	Směr 2 (opačný směr, jedná-li se o kyvadlovou linku) (Výchozí zastávka → Cílová zastávka)
1	A → 1 → 2 → B	B → 2 → 1 → A
2	C → 1 → D	D → 1 → C
3	E → 2 → F	F → 2 → E

Tab. č. 7.5: Seznam koordinovaných linek a jejich směrů – Příklad 7.2

Název přestupního uzlu u	Číslo přestupního uzlu u	z		na		Přestupní doba $t_{prest_{uij}}$ [min]
		linky číslo i	směru číslo l	linku číslo j	směr číslo s	
	1	1	1	2	1	5
	1	1	1	2	2	5
	2	3	2	1	2	6

Tab. č. 7.6: Seznam koordinačních uzlů s uvedením koordinovaných linek a jejich směrů – Příklad 7.2

Číslo přestupního uzlu u	z			Počet přestupujících cestujících f_{uilkjs}	na	
	linky číslo i	směru číslo l	spoje číslo k		linku číslo j	směr číslo s
1	1	1	1	1	2	1
1	1	1	1	1	2	2
2	3	2	1	1	1	2

Tab. č. 7.7: Seznam koordinačních vazeb a počtů přestupujících cestujících využívajících dané koordinační vazby – Příklad 7.2

Počty přestupujících cestujících jsou voleny jednotkové, tzn., že všechny požadované koordinační vazby mají stejnou důležitost (váhu), což odpovídá maximální míře neurčitosti.

Úkolem je vytvořit matematický model úlohy, jehož řešením budou identifikovány časové posuny spojů linek v jednotlivých směrech koordinovaných v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách) a aby se současně minimalizovala celková časová ztráta všech přestupujících cestujících.

Tvorbu optimalizačního modelu zahájíme výpočtem počtu spojů zahrnutých do koordinace. Na dvou koordinovaných linkách je uplatněn konstantní takt o délce 20 minut a na jedné koordinované lince je uplatněn konstantní takt 10 minut.

Tedy, koordinační perioda bude mít hodnotu $K_p = 20$ minut, což odpovídá nejmenšímu společnému násobku hodnot konstantních taktů 10 a 20 minut. Podle úvah učiněných v podkapitole 6.4.1 bude do koordinační úlohy v uvedeném případě na příjíždějící lince 1 do přestupního uzlu 1 ve směru 1 zahrnut pouze 1 spoj, na odjíždějících lince 1 z přestupního uzlu 2 ve směru 2 zahrnuty 2 spoje a na odjíždějící lince 2 z přestupního uzlu 2 ve směrech 1 a 2 zahrnuty 3 spoje.

V dalším postupu identifikujeme nejdříve možné polohy spojů obsluhujících jednotlivé přestupní uzly. Řídíme se postupem uvedeným v Příkladu 6.10. Sestrojíme analogii Tab. č. 6.1. Protože více přestupních uzlů v Příkladu 7.2 je obsluhováno pouze linkou 1, bude Tab. č. 7.8 obsahovat pouze informace k lince 1.

Směr 1, pořadí obsluhovaných přestupních uzlů 1 → 2			
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 1 (přestupní uzel v daném směru obsluhovaný jako první v pořadí)	-12	08 = t_{1111}	28 = t_{1112}
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 2 (přestupní uzel v daném směru obsluhovaný jako druhý v pořadí)	00 = t_{2111}	20 = t_{2112}	---
Směr 2, pořadí obsluhovaných přestupních uzlů 2 → 1			
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 2 (přestupní uzel v daném směru obsluhovaný jako první v pořadí)	-12	08 = t_{2121}	28 = t_{2122}
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 1 (přestupní uzel v daném směru obsluhovaný jako druhý v pořadí)	00 = t_{1121}	20 = t_{1122}	---

Tab. č. 7.8: Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů 1 a 2

Ze všech časových údajů uvedených v Tab. č. 7.8 budou (vzhledem k požadovaným koordinačním vazbám) součástí koordinační úlohy: v případě přestupního uzlu 1 pouze hodnota nejdříve možného času obsluhy spojem 1 jedoucím ve směru 1 v čase 08 a v případě přestupního uzlu 2 hodnoty nejdříve možných časů obsluhy přestupního uzlu 2 spoji 1 a 2 jedoucími ve směru 2 v časech 08, 28.

Nejdříve možné časové polohy obsluh přestupního uzlu 1 spoji odjíždějící linky 2 v obou směrech nastanou v koordinační periodě v časech 00, 10, 20 a přestupního uzlu 2 spoji příjíždějící linky 3 v koordinační periodě v čase 00.

V dalším postupu identifikujeme opět hodnoty incidenční matice **B**. Protože jsou definovány stejné koordinační vazby jako v Příkladu 7.1, platí pro prvky matice na základě informací uvedených v Tab. č. 7.2 $b_{11121} = 1$, $b_{11122} = 1$ a $b_{23212} = 1$, pro ostatní kombinace indexů platí $b_{uiljs} = 0$.

V dalším postupu určíme hodnoty maximálních dovolených časových posunů spojů koordinovaných linek. Protože na síťové uzlové časové koordinaci jsou zúčastněny pouze spoje linky 1 ve směrech 1 a 2, spoje linky 2 ve směrech 1 a 2 a spoje linky 3 ve směru 2, umožníme časové posuny, a tedy i maximální časové posuny pouze pro uvedené linky a směry. Při zachování předpokladu možného využití všech časových poloh v rámci taktů na linkách tedy bude platit $a_{11} = 19$, $a_{12} = 19$, $a_{21} = 9$, $a_{22} = 9$ a $a_{32} = 19$.

Následuje dosazení vstupních veličin do matematického modelu, který bude mít tvar (do modelu budou pro názornost zahrnuty pouze členy účelové funkce a omezující podmínky pro vyžadované koordinační vazby, tedy, když $b_{uiljs} = 1$, obligatorní podmínky budou částečně vypisovány ve zkráceném tvaru):

$$\min f(x, h, z) = 1 \cdot h_{111121} + 1 \cdot h_{111122} + 1 \cdot h_{232112}$$

za podmíněk:

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{11121} = 1$:

$$\begin{aligned} [0 + x_{21}] - [8 + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111211} - 1) \\ [0 + x_{21}] - [8 + x_{11} + 5] &\leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111211}) \\ [10 + x_{21}] - [8 + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111212} - 1) \\ [10 + x_{21}] - [8 + x_{11} + 5] &\leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111212}) \\ [20 + x_{21}] - [8 + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111213} - 1) \\ [20 + x_{21}] - [8 + x_{11} + 5] &\leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111213}) \\ z_{1111211} + z_{1111212} + z_{1111213} &= 1 \end{aligned}$$

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{11122} = 1$:

$$\begin{aligned}
 [0 + x_{22}] - [8 + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111221} - 1) \\
 [0 + x_{22}] - [8 + x_{11} + 5] &\leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111221}) \\
 [10 + x_{22}] - [8 + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111222} - 1) \\
 [10 + x_{22}] - [8 + x_{11} + 5] &\leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111222}) \\
 [20 + x_{22}] - [8 + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111223} - 1) \\
 [20 + x_{22}] - [8 + x_{11} + 5] &\leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111223}) \\
 z_{1111221} + z_{1111222} + z_{1111223} &= 1
 \end{aligned}$$

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{23212} = 1$:

$$\begin{aligned}
 [8 + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] &\geq M \cdot (z_{2321121} - 1) \\
 [8 + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] &\leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321121}) \\
 [28 + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] &\geq M \cdot (z_{2321122} - 1) \\
 [28 + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] &\leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321122}) \\
 z_{2321121} + z_{2321122} &= 1
 \end{aligned}$$

podmínky zajišťující nepřekročení maximálních dovolených časových posunů spojů na koordinovaných linkách:

$$\begin{aligned}
 x_{11} &\leq 19 \\
 x_{12} &\leq 19 \\
 x_{21} &\leq 9 \\
 x_{22} &\leq 9 \\
 x_{31} &\leq 0 \\
 x_{32} &\leq 19
 \end{aligned}$$

obligatorní podmínky:

	$x_{il} \in R_0^+$	pro $i \in \{1; 2; 3\}$ a $l \in \{1; 2\}$
$h_{111121} \in R_0^+$	$h_{111122} \in R_0^+$	$h_{232112} \in R_0^+$
$z_{1111211} \in \{0; 1\}$	$z_{1111212} \in \{0; 1\}$	$z_{1111213} \in \{0; 1\}$
$z_{1111221} \in \{0; 1\}$	$z_{1111222} \in \{0; 1\}$	$z_{1111223} \in \{0; 1\}$
$z_{2321121} \in \{0; 1\}$		$z_{2321122} \in \{0; 1\}$

Text programu, který lze řešit v optimalizačním software Xpress-IVE, je následující:

```

model Priklad_7_2
uses "mmxprs";
declarations
uzel=1..2
linka=1..3
smer=1..2
spoj=1..3
t:array(uzel,linka,smer,spoj)of real
a:array(linka,smer)of real
x:array(linka,smer)of mpvar
z:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer,spoj)of mpvar
h:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer)of mpvar
f:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer)of real
trest:array(uzel,linka,linka)of real
end-declarations
M:=1000000
(0+x(2,1))-(8+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,1)-1)
(0+x(2,1))-(8+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,1))
(10+x(2,1))-(8+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,2)-1)
(10+x(2,1))-(8+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,2))
(20+x(2,1))-(8+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,2)-1)
(20+x(2,1))-(8+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,3))
z(1,1,1,1,2,1,1)+z(1,1,1,1,2,1,2)+z(1,1,1,1,2,1,3)=1
(0+x(2,2))-(8+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,2,1)-1)
(0+x(2,2))-(8+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,1))
(10+x(2,2))-(8+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,2,2)-1)
(10+x(2,2))-(8+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,2))
(20+x(2,2))-(8+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,2,3)-1)
(20+x(2,2))-(8+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,3))
z(1,1,1,1,2,2,1)+z(1,1,1,1,2,2,2)+z(1,1,1,1,2,2,3)=1
(8+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)>=M*(z(2,3,2,1,1,2,1)-1)
(8+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)<=h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,1))
(28+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)>=M*(z(2,3,2,1,1,2,2)-1)
(28+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)<=h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,2))
z(2,3,2,1,1,2,1)+z(2,3,2,1,1,2,2)=1
x(1,1)<=19
x(1,2)<=19
x(2,1)<=9
x(2,2)<=9
x(3,2)<=19
z(1,1,1,1,2,1,1)is_binary
z(1,1,1,1,2,1,2)is_binary

```



```
z(1,1,1,1,2,1,3)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,1)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,2)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,3)is_binary
z(2,3,2,1,1,2,1)is_binary
z(2,3,2,1,1,2,2)is_binary
Celkova_casova_ztrata:=1*h(1,1,1,1,2,1)+1*h(1,1,1,1,2,2)+1*h(2,3,2,1,1,2)
minimize(Celkova_casova_ztrata)
writeln("Celkova casova ztrata je: ",getobjval," osobominut")
writeln("Casove posuny na jednotlivych linkach:")
writeln("x(1,1) = ",getsol(x(1,1))," min")
writeln("x(1,2) = ",getsol(x(1,2))," min")
writeln("x(2,1) = ",getsol(x(2,1))," min")
writeln("x(2,2) = ",getsol(x(2,2))," min")
writeln("x(3,1) = ",getsol(x(3,1))," min")
writeln("x(3,2) = ",getsol(x(3,2))," min")
writeln("Cekani:")
writeln("h(1,1,1,1,2,1) = ",getsol(h(1,1,1,1,2,1))," min")
writeln("h(1,1,1,1,2,2) = ",getsol(h(1,1,1,1,2,2))," min")
writeln("h(2,3,2,1,1,2) = ",getsol(h(2,3,2,1,1,2))," min")
writeln("Koordinacni vazby:")
writeln("z(1,1,1,1,2,1,1) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,1)))
writeln("z(1,1,1,1,2,1,2) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,2)))
writeln("z(1,1,1,1,2,1,3) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,3)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,1) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,1)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,2) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,2)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,3) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,3)))
writeln("z(2,3,2,1,1,2,1) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,1)))
writeln("z(2,3,2,1,1,2,2) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,2)))
end-model
```

Po ukončení optimalizačního výpočtu byly obdrženy následující výsledky:

Celkova casova ztrata je: 0 osobominut

Casove posuny na jednotlivych linkach:

x(1,1) = 0 min

x(1,2) = 17 min

x(2,1) = 3 min

x(2,2) = 3 min

x(3,1) = 0 min

x(3,2) = 19 min

Cekani:

h(1,1,1,1,2,1) = 0 min

h(1,1,1,1,2,2) = 0 min

$$h(2,3,2,1,1,2) = 0 \text{ min}$$

Koordinacní vazby:

$$z(1,1,1,1,2,1,1) = 0$$

$$z(1,1,1,1,2,1,2) = 1$$

$$z(1,1,1,1,2,1,3) = 0$$

$$z(1,1,1,1,2,2,1) = 0$$

$$z(1,1,1,1,2,2,2) = 1$$

$$z(1,1,1,1,2,2,3) = 0$$

$$z(2,3,2,1,1,2,1) = 1$$

$$z(2,3,2,1,1,2,2) = 0$$

Dosažené výsledky lze interpretovat následovně:

Hodnoty proměnných x_{il} udávají časové posuny spojů koordinovaných linek. Za účelem dosažení optimálního řešení (celková časová ztráta 0 osobominut) musí být provedeny následující časové posuny spojů zahrnutých do síťové uzlové časové koordinace:

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je uvedeno $x_{11} = 0$ minut. Proměnná x_{11} modeluje časový posun spojů linky 1 ve směru 1 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 1 ve směru 1 plní funkci přijíždějící linky do přestupního uzlu 1, do koordinační periody je tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnut pouze jeden spoj obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Pochopitelně, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru a obsluhující oba přestupní uzly. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 1 spojenem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 nastává v čase 08 (další spoje v časech 28 a 48) a přestupního uzlu 2 potom v časech 00 (další spoje v časech 20 a 40). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{11} = 0$ minut, obsluha přestupního uzlu 1 spojenem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 zůstane v čase 08 (další spoje budou obsluhovat přestupní uzel v časech 28 a 48) a obsluha přestupního uzlu 2 spojenem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 zůstane v čase 00 (další spoje budou obsluhovat přestupní uzel v časech 20, 40).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno, že $x_{12} = 17$ minut. Proměnná x_{12} modeluje časový posun spojů linky 1 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 1 ve směru 2 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 2, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním

podmínkám úlohy, zahrnutý dva spoje obsluhující přestupní uzel 2 v daném směru. Pochopitelně, analogicky jako v předchozím případě, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru a obsluhující oba přestupní uzly. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1 a 2 linky 1 jedoucími ve směru 2 nastává v časech 00, 20 (další spoj v čase 40) a přestupního uzlu 2 v časech 08, 28 (další spoj v čase 48). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{12} = 17$ minut, obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1 a 2 linky 1 jedoucími ve směru 2 nastane v časech 17, 37 (další spoj v čase 57) a přestupního uzlu 2 potom v časech 25, 45 (další spoj v čase 05 následující hodiny).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno, že $x_{21} = 3$ minuty. Proměnná x_{21} modeluje časový posun spojů linky 2 ve směru 1 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 2 ve směru 1 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 1, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnutý tři spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Pochopitelně, analogicky jako v předchozím případě, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1, 2 a 3 linky 2 jedoucími ve směru 1 nastává v časech 00, 10, 20 (další spoje v čase 30, 40, 50) To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{21} = 3$ minuty, obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1, 2 a 3 linky 2 jedoucími ve směru 1 nastane v časech 03, 13, 23 (další spoj v čase 33, 43, 53).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno, že $x_{22} = 3$ minuty. Proměnná x_{22} modeluje časový posun spojů linky 2 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 2 ve směru 2 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 1, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnutý tři spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Pochopitelně, analogicky jako v předchozím případě, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1, 2 a 3 linky 2 jedoucími ve směru 2 nastává v časech 00, 10, 20 (další spoje v čase 30, 40, 50) To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{22} = 3$ minuty, obsluha přestupního uzlu 1 spoji 1, 2 a 3

linky 2 jedoucimi ve směru 2 nastane v časech 03, 13, 23 (další spoj v čase 33, 43, 53).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno, že $x_{32} = 19$ minut. Proměnná x_{32} modeluje časový posun spojů linky 3 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 3 ve směru 2 plní funkci přijíždějící linky do přestupního uzlu 2, do koordinační periody je tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnut pouze jeden spoj obsluhující přestupní uzel 2 v daném směru. Pochopitelně, analogicky jako v předchozích případech, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru. Nejdříve možná obsluha přestupního uzlu 2 spojem 1 linky 3 jedoucím ve směru 2 nastává opět v čase 00 (další spoje opět v časech 20 a 40) To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{32} = 19$ minut, obsluha přestupního uzlu 2 spojem 1 linky 3 jedoucím ve směru 2 nastane v čase 19 (další spoje v časech 39 a 59).

V řešeném příkladu byly definovány 3 koordinační vazby: v přestupním uzlu 1 ze spojů linky 1 jedoucích ve směru 1 na spoje linky 2 jedoucí ve směru 1 a na spoje linky 2 jedoucí ve směru 2 a v přestupním uzlu 2 ze spojů linky 3 jedoucích ve směru 2 na spoje linky 1 jedoucí ve směru 2. Podle výpisu výsledků by přestupujícím cestujícím neměla vznikat časová ztráta, což v dalším textu zkontrolujeme prostřednictvím hodnot proměnných h_{uilkjs} , resp. jejich součtu.

Spoj 1 přijíždějící linky 1 jedoucí ve směru 1 obsluhuje přestupní uzel 1 v čase 08. Přestupní doba mezi spojem 1 přijíždějící linky 1 jedoucím ve směru 1 a spoji odjíždějící linky 2 jedoucimi ve směru 1 činí 5 minut. Cestující přijíždějící spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 v čase 08 budou tedy připraveni k odjezdu spoje linky 2 jedoucího ve směru 1 v čase 13. Spoje linky 2 do směru 1 odjíždějí v časech 03, 13, 23, a protože čas, kdy jsou cestující přestupující ze spoje 1 linky 1 jedoucího ve směru 1 připraveni k odjezdu spoji linky 2 jedoucimi ve směru 1, se kryje s časovou polohou obsluhy přestupního uzlu 1 spojem 2 linky 2 jedoucím ve směru 1, potom také časová ztráta všech přestupujících cestujících v dané koordinační vazbě bude 0 osobominut.

Stejná situace nastává v případě přestupu ze spoje 1 linky 1 jedoucího ve směru 1 na spoje linky 2 jedoucí ve směru 2. Spoj 1 příjíždějící linky 1 jedoucí ve směru 1 obsluhuje přestupní uzel 1 v čase 08. Přestupní doba mezi spojem 1 příjíždějící linky 1 jedoucím ve směru 1 a spoji odjíždějící linky 2 jedoucím ve směru 2 činí 5 minut. Cestující příjíždějící spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 1 v čase 08 budou tedy připraveni k odjezdu spoje linky 2 jedoucího ve směru 2 v čase 13. Spoje linky 2 do směru 2 odjíždějí v časech 03, 13, 23, a protože čas, kdy jsou cestující přestupující ze spoje 1 linky 1 jedoucího ve směru 1 připraveni k odjezdu spoji linky 2 jedoucím ve směru 2, se kryje s časovou polohou obsluhy přestupního uzlu 1 spojem 2 linky 2 jedoucím ve směru 2, potom také časová ztráta všech přestupujících cestujících v dané koordinační vazbě bude 0 osobominut.

Zkontrolujeme dále hodnotu časové ztráty přestupujících cestujících pro třetí koordinační vazbu. Spoj 1 příjíždějící linky 3 jedoucí ve směru 2 obsluhuje přestupní uzel 2 v čase 19. Přestupní doba mezi spojem 1 příjíždějící linky 3 jedoucím ve směru 2 a spoji odjíždějící linky 1 jedoucím ve směru 2 činí 6 minut. Cestující příjíždějící spojem 1 linky 3 jedoucím ve směru 2 v čase 19 budou tedy připraveni k odjezdu spoje linky 1 jedoucího ve směru 2 v čase 25. Spoje linky 1 do směru 2 odjíždějí v časech 25, 45, a protože čas, kdy jsou cestující přestupující ze spoje 1 linky 3 jedoucího ve směru 2 připraveni k odjezdu spoji linky 1 jedoucím ve směru 2, se kryje s časovou polohou obsluhy přestupního uzlu 2 spojem 1 linky 1 jedoucím ve směru 2, potom také časová ztráta všech přestupujících cestujících v dané koordinační vazbě bude 0 osobominut.

Protože hodnoty časových ztrát cestujících přestupujících v rámci všech tří koordinačních vazeb jsou rovny 0, je rovna 0 také celková časová ztráta.

Na závěr interpretace výsledků příkladu budou interpretovány hodnoty proměnných $z_{uilkj\text{jsp}}$. Z hlediska výsledků optimalizačního výpočtu jsou důležité hodnoty 1 uvedené proměnné, které reprezentují vznik přestupních vazeb. V případě výsledků příkladu 7.2 platí $z_{1111212} = 1$, $z_{1111222} = 1$ a $z_{2321121} = 1$. Hodnoty proměnných mají potvrdit interpretaci výsledků provedenou v předchozích odstavcích.

Proměnná $z_{1111212}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 1 (šestý index) a jejím spojem 2 (sedmý index). Proměnná $z_{1111222}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 2 (sedmý index). Proměnná $z_{2321121}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 2 (první index) mezi linkou 3 (druhý index), směru 2 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 1 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 1 (sedmý index).

Příklad 7.3 – kombinace provozních variant s výskytem střídavého taktu na příjezdu do přestupních uzlů i na odjezdu z přestupních uzlů

Uvažujme dva přestupní uzly s realizovanou koordinací obsluhované jednou linkou se střídavým taktům 7 a 8 minut a dvěma linkami s konstantním taktům 10 minut. Linka 1 se zavedeným střídavým taktům obsluhuje oba přestupní uzly, linka 2 s konstantním taktům 10 minut obsluhuje pouze přestupní uzel 1 a linka 3 s konstantním taktům 10 minut obsluhuje pouze přestupní uzel 2 (pro názornost postupu řešení opět při tvorbě a řešení modelu v případě linek 2 a 3 upouštíme od zohlednění dalších koordinačních vazeb v jiných přestupních uzlech). Uvažujme, že cestovní doba spojů linky 1 mezi oběma přestupními uzly činí 12 minut. Elementární časovou jednotkou z hlediska časové koordinace na všech linkách zúčastněných na koordinaci je 1 minuta. Přestupní doba mezi spoji koordinovaných linek v případě přestupního uzlu 1 činí opět 5 minut a v případě přestupního uzlu 2 činí opět 6 minut.

Další vstupní informace jsou obsaženy v Tab. č. 7.9 – Tab. č. 7.11 sestavených na základě formulářů uvedených v Tab. č. 4.1 – Tab. č. 4.3 (konečné zastávky v Tab. č. 7.9 jsou označeny velkými písmeny abecedy, přestupní uzly čísla, názvy přestupních uzlů jsou v demonstračním příkladu vynechány):

Číslo linky	Směr 1 (Výchozí zastávka → Cílová zastávka)	Směr 2 (opačný směr, jedná-li se o kyvadlovou linku) (Výchozí zastávka → Cílová zastávka)
1	$A \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow B$	$B \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow A$
2	$C \rightarrow 1 \rightarrow D$	$D \rightarrow 1 \rightarrow C$
3	$E \rightarrow 2 \rightarrow F$	$F \rightarrow 2 \rightarrow E$

Tab. č. 7.9: Seznam koordinovaných linek a jejich směrů – Příklad 7.3

Název přestupního uzlu u	Číslo přestupního uzlu u	z		na		Přestupní doba $t_{prest_{uij}}$ [min]
		linky číslo i	směru číslo l	linku číslo j	směr číslo s	
	1	1	1	2	1	5
	1	1	1	2	2	5
	2	3	2	1	2	6

Tab. č. 7.10: Seznam koordinačních uzlů s uvedením koordinovaných linek a jejich směrů – Příklad 7.3

Seznam koordinačních vazeb uvedených Tab. č. 7.11 je rozsáhlejší než v předchozích příkladech, což vyplývá z poznatku, že na lince 1 se střídavým taktem jsou do koordinační periody zahrnuty 4 spoje. Průměrné počty přestupujících cestujících jsou voleny jednotkové, tzn., že u všech koordinačních vazeb je předpokládána stejná důležitost, což odpovídá maximální míře neurčitosti.

Úkolem je vytvořit matematický model úlohy, jehož řešením budou identifikovány časové posuny spojů linek v jednotlivých směrech koordinovaných v příslušných uzlech tak, aby posuny spojů jednotlivých linek jedoucích ve stejném směru byly jednotné (aby zůstaly zachovány hodnoty předepsaných taktů na linkách), a aby se současně minimalizovala celková časová ztráta všech přestupujících cestujících.

Číslo přestupního uzlu u	z			Počet přestupujících cestujících f_{uilkjs}	na	
	linky číslo i	směru číslo l	spoje číslo k		linku číslo j	směr číslo s
1	1	1	1	1	2	1
1	1	1	2	1	2	1
1	1	1	3	1	2	1
1	1	1	4	1	2	1
1	1	1	1	1	2	2
1	1	1	2	1	2	2
1	1	1	3	1	2	2
1	1	1	4	1	2	2
2	3	2	1	1	1	2
2	3	2	2	1	1	2
2	3	2	3	1	1	2

Tab. č. 7.11: Seznam koordinačních vazeb a počtů přestupujících cestujících využívajících dané koordinační vazby – Příklad 7.3

Tvorbu optimalizačního modelu zahájíme výpočtem počtu spojů zahrnutých do koordinace. Na jedné lince se vyskytuje střídavý takt s hodnotou základního taktu 7 minut, na zbývajících dvou se vyskytují konstantní takty o velikosti 10 minut, tedy koordinační perioda bude mít hodnotu $K_p = 30$ minut. Podle úvah učiněných v podkapitole 6.4.1 bude do koordinační úlohy v případě příjezdějí linky 1 do přestupního uzlu 1 uvažováno se 4 spoji, v případě odjezdějí linky 1 z přestupního uzlu 2 s 5 spoji, v případě odjezdějí linky 2 z přestupního uzlu 2 v obou směrech se 4 spoji a v případě příjezdějí linky 3 do přestupního uzlu 2 se 3 spoji.

V dalším postupu identifikujeme nejdříve možné polohy spojů obsluhující jednotlivé přestupní uzly. Řídíme se postupem uvedeným v Příkladu 6.10. Sestrojíme analogii Tab. č. 6.1. Protože více uzlů v Příkladu 7.3 je obsluhováno pouze linkou 1, bude Tab. č. 7.12 obsahovat pouze informace k lince 1, při tvorbě nejdříve možných poloh

bude vycházeno ze základního taktu zvětšeného o hodnoty bivalentních proměnných v_{1l} a w_{1l} , kde $l = 1, 2$.

Směr 1, pořadí obsluhovaných přestupních uzlů 1 → 2						
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 1	-12	-5 + v_{11}	2 + v_{11} + w_{11}	9 + $2 \cdot v_{11}$ + w_{11}	16 + $2 \cdot v_{11}$ + $2 \cdot w_{11}$	23 + $3 \cdot v_{11}$ + $2 \cdot w_{11}$
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 2	00	$7 + v_{11}$	14 + v_{11} + w_{11}	21 + $2 \cdot v_{11}$ + w_{11}	----	----
Směr 2, pořadí obsluhovaných přestupních uzlů 2 → 1						
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 2	-12	-5 + v_{11}	2 + v_{11} + w_{11}	9 + $2 \cdot v_{11}$ + w_{11}	16 + $2 \cdot v_{11}$ + $2 \cdot w_{11}$	23 + $3 \cdot v_{11}$ + $2 \cdot w_{11}$
Nejdříve možné časy obsluh přestupního uzlu 1	00	$7 + v_{11}$	14 + v_{11} + w_{11}	21 + $2 \cdot v_{11}$ + w_{11}	----	----

Tab. č. 7.12: Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů 1 a 2

Nejdříve možné časové polohy obsluh přestupního uzlu 1 spoji odjíždějící linky 2 v obou směrech nastávají v časech 00, 10, 20, 30 a přestupního uzlu 2 spoji příjezdějící linky 3 v časech 00, 10, 20.

V dalším postupu identifikujeme hodnoty incidenční matice **B**. Pro prvky matice na základě informací uvedených v Tab. č. 7.2 (nezávisle na počtu spojů) platí

$b_{111121} = 1$, $b_{111122} = 1$ a $b_{23212} = 1$, pro ostatní kombinace indexů platí $b_{uiljs} = 0$.

V dalším postupu určíme hodnoty maximálních dovolených časových posunů spojů koordinovaných linek. Protože na síťové uzlové časové koordinaci jsou zúčastněny pouze spoje linky 1 ve směrech 1 a 2, spoje linky 2 ve směrech 1 a 2 a spoje linky 3 ve směru 2, umožníme časové posuny, a tedy i maximální časové posuny pouze pro uvedené linky a směry. Při zachování předpokladu možného využití všech časových poloh v rámci taktů na linkách tedy bude platit $a_{11} = 6$, $a_{12} = 6$, $a_{21} = 9$, $a_{22} = 9$ a $a_{32} = 9$.

Následuje dosazení vstupních veličin do matematického modelu, který bude mít tvar (do modelu budou pro názornost zahrnuty pouze členy účelové funkce a omezující podmínky pro vyžadované koordinační vazby, tedy, když $b_{uiljs} = 1$, obligatorní podmínky budou částečně vypisovány ve zkráceném tvaru):

$$\begin{aligned} \min f(x, h, z, v, w) = & 1 \cdot h_{111121} + 1 \cdot h_{111221} + 1 \cdot h_{111321} + 1 \cdot h_{111421} + \\ & + 1 \cdot h_{111122} + 1 \cdot h_{111222} + 1 \cdot h_{111322} + 1 \cdot h_{111422} + \\ & + 1 \cdot h_{232112} + 1 \cdot h_{232212} + 1 \cdot h_{232312} \end{aligned}$$

za podmínek:

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{11121} = 1$:

$$\begin{aligned} [0 + x_{21}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \geq M \cdot (z_{1111211} - 1) \\ [0 + x_{21}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111211}) \\ [10 + x_{21}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \geq M \cdot (z_{1111212} - 1) \\ [10 + x_{21}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111212}) \\ [20 + x_{21}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \geq M \cdot (z_{1111213} - 1) \\ [20 + x_{21}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111213}) \\ [30 + x_{21}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \geq M \cdot (z_{1111214} - 1) \\ [30 + x_{21}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \leq h_{111121} + M \cdot (1 - z_{1111214}) \\ z_{1111211} + z_{1111212} + z_{1111213} + z_{1111214} & = 1 \\ [0 + x_{21}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \geq M \cdot (z_{1112211} - 1) \\ [0 + x_{21}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] & \leq h_{111221} + M \cdot (1 - z_{1112211}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [10 + x_{21}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1112212} - 1) \\
 [10 + x_{21}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111221} + M \cdot (1 - z_{1112212}) \\
 [20 + x_{21}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1112213} - 1) \\
 [20 + x_{21}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111221} + M \cdot (1 - z_{1112213}) \\
 [30 + x_{21}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1112214} - 1) \\
 [30 + x_{21}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111221} + M \cdot (1 - z_{1112214}) \\
 z_{1112211} + z_{1112212} + z_{1112213} + z_{1112214} &= 1 \\
 [0 + x_{21}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1113211} - 1) \\
 [0 + x_{21}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111321} + M \cdot (1 - z_{1113211}) \\
 [10 + x_{21}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1113212} - 1) \\
 [10 + x_{21}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111321} + M \cdot (1 - z_{1113212}) \\
 [20 + x_{21}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1113213} - 1) \\
 [20 + x_{21}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111321} + M \cdot (1 - z_{1113213}) \\
 [30 + x_{21}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1113214} - 1) \\
 [30 + x_{21}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111321} + M \cdot (1 - z_{1113214}) \\
 z_{1113211} + z_{1113212} + z_{1113213} + z_{1113214} &= 1 \\
 [0 + x_{21}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1114211} - 1) \\
 [0 + x_{21}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111421} + M \cdot (1 - z_{1114211}) \\
 [10 + x_{21}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1114212} - 1) \\
 [10 + x_{21}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111421} + M \cdot (1 - z_{1114212}) \\
 [20 + x_{21}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1114213} - 1) \\
 [20 + x_{21}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111421} + M \cdot (1 - z_{1114213}) \\
 [30 + x_{21}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1114214} - 1) \\
 [30 + x_{21}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111421} + M \cdot (1 - z_{1114214}) \\
 z_{1114211} + z_{1114212} + z_{1114213} + z_{1114214} &= 1
 \end{aligned}$$

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{11122} = 1$:

$$\begin{aligned}
 [0 + x_{22}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111221} - 1) \\
 [0 + x_{22}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111221}) \\
 [10 + x_{22}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\geq M \cdot (z_{1111222} - 1) \\
 [10 + x_{22}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] &\leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111222})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & [20 + x_{22}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1111223} - 1) \\
 & [20 + x_{22}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111223}) \\
 & [30 + x_{22}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1111224} - 1) \\
 & [30 + x_{22}] - [2 + v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111122} + M \cdot (1 - z_{1111224}) \\
 & z_{1111221} + z_{1111222} + z_{1111223} + z_{1111224} = 1 \\
 & [0 + x_{22}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1112221} - 1) \\
 & [0 + x_{22}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111222} + M \cdot (1 - z_{1112221}) \\
 & [10 + x_{22}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1112222} - 1) \\
 & [10 + x_{22}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111222} + M \cdot (1 - z_{1112222}) \\
 & [20 + x_{22}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1112223} - 1) \\
 & [20 + x_{22}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111222} + M \cdot (1 - z_{1112223}) \\
 & [30 + x_{22}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1112224} - 1) \\
 & [30 + x_{22}] - [9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111222} + M \cdot (1 - z_{1112224}) \\
 & z_{1112221} + z_{1112222} + z_{1112223} + z_{1112224} = 1 \\
 & [0 + x_{22}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1113221} - 1) \\
 & [0 + x_{22}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111322} + M \cdot (1 - z_{1113221}) \\
 & [10 + x_{22}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1113222} - 1) \\
 & [10 + x_{22}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111322} + M \cdot (1 - z_{1113222}) \\
 & [20 + x_{22}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1113223} - 1) \\
 & [20 + x_{22}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111322} + M \cdot (1 - z_{1113223}) \\
 & [30 + x_{22}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1113224} - 1) \\
 & [30 + x_{22}] - [16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111322} + M \cdot (1 - z_{1113224}) \\
 & z_{1113221} + z_{1113222} + z_{1113223} + z_{1113224} = 1 \\
 & [0 + x_{22}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1114221} - 1) \\
 & [0 + x_{22}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111422} + M \cdot (1 - z_{1114221}) \\
 & [10 + x_{22}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1114222} - 1) \\
 & [10 + x_{22}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111422} + M \cdot (1 - z_{1114222}) \\
 & [20 + x_{22}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1114223} - 1) \\
 & [20 + x_{22}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111422} + M \cdot (1 - z_{1114223}) \\
 & [30 + x_{22}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \geq M \cdot (z_{1114224} - 1) \\
 & [30 + x_{22}] - [23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11} + x_{11} + 5] \leq h_{111422} + M \cdot (1 - z_{1114224})
 \end{aligned}$$

$$z_{1114221} + z_{1114222} + z_{1114223} + z_{1114224} = 1$$

$$v_{11} + w_{11} = 1$$

podmínky pro koordinační vazbu charakterizovanou prvkem $b_{23212} = 1$:

$$[2 + v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2321121} - 1)$$

$$[2 + v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321121})$$

$$[9 + 2 \cdot v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2321122} - 1)$$

$$[9 + 2 \cdot v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321122})$$

$$[16 + 2 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2321123} - 1)$$

$$[16 + 2 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321123})$$

$$[23 + 3 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2321124} - 1)$$

$$[23 + 3 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321124})$$

$$[30 + 3 \cdot v_{12} + 3 \cdot w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2321125} - 1)$$

$$[30 + 3 \cdot v_{12} + 3 \cdot w_{12} + x_{12}] - [0 + x_{32} + 6] \leq h_{232112} + M \cdot (1 - z_{2321125})$$

$$z_{2321121} + z_{2321122} + z_{2321123} + z_{2321124} + z_{2321125} = 1$$

$$[2 + v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2322121} - 1)$$

$$[2 + v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \leq h_{232212} + M \cdot (1 - z_{2322121})$$

$$[9 + 2 \cdot v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2322122} - 1)$$

$$[9 + 2 \cdot v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \leq h_{232212} + M \cdot (1 - z_{2322122})$$

$$[16 + 2 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2322123} - 1)$$

$$[16 + 2 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \leq h_{232212} + M \cdot (1 - z_{2322123})$$

$$[23 + 3 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2322124} - 1)$$

$$[23 + 3 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \leq h_{232212} + M \cdot (1 - z_{2322124})$$

$$[30 + 3 \cdot v_{12} + 3 \cdot w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2322125} - 1)$$

$$[30 + 3 \cdot v_{12} + 3 \cdot w_{12} + x_{12}] - [10 + x_{32} + 6] \leq h_{232212} + M \cdot (1 - z_{2322125})$$

$$z_{2322121} + z_{2322122} + z_{2322123} + z_{2322124} + z_{2322125} = 1$$

$$[2 + v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2323121} - 1)$$

$$[2 + v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \leq h_{232312} + M \cdot (1 - z_{2323121})$$

$$[9 + 2 \cdot v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2323122} - 1)$$

$$[9 + 2 \cdot v_{12} + w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \leq h_{232312} + M \cdot (1 - z_{2323122})$$

$$[16 + 2 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2323123} - 1)$$

$$[16 + 2 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \leq h_{232312} + M \cdot (1 - z_{2323123})$$

$$[23 + 3 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2323124} - 1)$$

$$[23 + 3 \cdot v_{12} + 2 \cdot w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \leq h_{232312} + M \cdot (1 - z_{2323124})$$

$$[30 + 3 \cdot v_{12} + 3 \cdot w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \geq M \cdot (z_{2323125} - 1)$$

$$[30 + 3 \cdot v_{12} + 3 \cdot w_{12} + x_{12}] - [20 + x_{32} + 6] \leq h_{232312} + M \cdot (1 - z_{2323125})$$

$$z_{2323121} + z_{2323122} + z_{2323123} + z_{2323124} + z_{2323125} = 1$$

podmínky zajišťující nepřekročení maximálních dovolených časových posunů spojů na koordinovaných linkách:

$$v_{12} + w_{12} = 1$$

$$x_{11} \leq 6$$

$$x_{12} \leq 6$$

$$x_{21} \leq 9$$

$$x_{22} \leq 9$$

$$x_{31} \leq 0$$

$$x_{32} \leq 9$$

obligatorní podmínky:

$$x_{il} \in R_0^+$$

$$\text{pro } i \in \{1; 2; 3\} \text{ a } l \in \{1; 2\}$$

$$h_{111121} \in R_0^+$$

$$h_{111221} \in R_0^+$$

$$h_{111321} \in R_0^+$$

$$h_{111421} \in R_0^+$$

$$h_{111122} \in R_0^+$$

$$h_{111222} \in R_0^+$$

$$h_{111322} \in R_0^+$$

$$h_{111422} \in R_0^+$$

$$h_{232112} \in R_0^+$$

$$h_{232212} \in R_0^+$$

$$h_{232312} \in R_0^+$$

$$z_{1111211} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1111212} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1111213} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1111214} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1112211} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1112212} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1112213} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1112214} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1113211} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1113212} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1113213} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1113214} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1114211} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1114212} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1114213} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1114214} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1111221} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1111222} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1111223} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1111224} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1112221} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1112222} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1112223} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1112224} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1113221} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1113222} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1113223} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1113224} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1114221} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1114222} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1114223} \in \{0; 1\}$$

$$z_{1114224} \in \{0; 1\}$$

$$z_{2321121} \in \{0; 1\}$$

$$z_{2321122} \in \{0; 1\}$$

$$z_{2321123} \in \{0; 1\}$$

$$z_{2321124} \in \{0; 1\}$$

$$z_{2322125} \in \{0; 1\}$$

$$z_{2322121} \in \{0; 1\}$$

$$z_{2322122} \in \{0; 1\}$$

$$z_{2322123} \in \{0; 1\}$$

$$\begin{aligned} z_{2322124} &\in \{0; 1\} & z_{2322125} &\in \{0; 1\} & z_{2323121} &\in \{0; 1\} & z_{2323122} &\in \{0; 1\} \\ z_{2323123} &\in \{0; 1\} & z_{2323124} &\in \{0; 1\} & z_{2323125} &\in \{0; 1\} \end{aligned}$$

Text programu, který lze řešit v optimalizačním software Xpress-IVE, je následující:

```

model Priklad_7_3
uses "mmxprs";
declarations
uzel=1..2
linka=1..3
smer=1..2
spoj=1..5
t:array(uzel,linka,smer,spoj)of real
a:array(linka,smer)of real
x:array(linka,smer)of mpvar
z:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer,spoj)of mpvar
h:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer)of mpvar
f:array(uzel,linka,smer,spoj,linka,smer)of real
trest:array(uzel,linka,linka)of real
v:array(1..1,smer)of mpvar
w:array(1..1,smer)of mpvar
end-declarations
M:=1000000
(0+x(2,1))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,1)-1)
(0+x(2,1))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,1))
(10+x(2,1))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,2)-1)
(10+x(2,1))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,2))
(20+x(2,1))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,2)-1)
(20+x(2,1))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,3))
(30+x(2,1))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,1,2,1,4)-1)
(30+x(2,1))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,1,2,1)+M*(1-z(1,1,1,1,2,1,4))
z(1,1,1,1,2,1,1)+z(1,1,1,1,2,1,2)+z(1,1,1,1,2,1,3)+z(1,1,1,1,2,1,4)=1
(0+x(2,1))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,2,2,1,1)-1)
(0+x(2,1))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,2,2,1)+M*(1-z(1,1,1,2,2,1,1))
(10+x(2,1))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,2,2,1,2)-1)
(10+x(2,1))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,2,2,1)+M*(1-z(1,1,1,2,2,1,2))
(20+x(2,1))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,2,2,1,3)-1)
(20+x(2,1))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,2,2,1)+M*(1-z(1,1,1,2,2,1,3))
(30+x(2,1))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,2,2,1,4)-1)
(30+x(2,1))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,2,2,1)+M*(1-z(1,1,1,2,2,1,4))
z(1,1,1,2,2,1,1)+z(1,1,1,2,2,1,2)+z(1,1,1,2,2,1,3)+z(1,1,1,2,2,1,4)=1
(0+x(2,1))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,3,2,1,1)-1)
(0+x(2,1))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,3,2,1)+M*(1-z(1,1,1,3,2,1,1))
(10+x(2,1))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,3,2,1,2)-1)
(10+x(2,1))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)<=h(1,1,1,3,2,1)+M*(1-z(1,1,1,3,2,1,2))
(20+x(2,1))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)>=M*(z(1,1,1,3,2,1,3)-1)

```

$$\begin{aligned}
 &(20+x(2,1))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,3,2,1)+M*(1-z(1,1,1,3,2,1,3)) \\
 &(30+x(2,1))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,3,2,1,4)-1) \\
 &(30+x(2,1))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,3,2,1)+M*(1-z(1,1,1,3,2,1,4)) \\
 &z(1,1,1,3,2,1,1)+z(1,1,1,3,2,1,2)+z(1,1,1,3,2,1,3)+z(1,1,1,3,2,1,4)=1 \\
 &(0+x(2,1))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,4,2,1,1)-1) \\
 &(0+x(2,1))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,4,2,1)+M*(1-z(1,1,1,4,2,1,1)) \\
 &(10+x(2,1))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,4,2,1,2)-1) \\
 &(10+x(2,1))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,4,2,1)+M*(1-z(1,1,1,4,2,1,2)) \\
 &(20+x(2,1))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,4,2,1,3)-1) \\
 &(20+x(2,1))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,4,2,1)+M*(1-z(1,1,1,4,2,1,3)) \\
 &(30+x(2,1))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,4,2,1,4)-1) \\
 &(30+x(2,1))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,4,2,1)+M*(1-z(1,1,1,4,2,1,4)) \\
 &z(1,1,1,4,2,1,1)+z(1,1,1,4,2,1,2)+z(1,1,1,4,2,1,3)+z(1,1,1,4,2,1,4)=1 \\
 &(0+x(2,2))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,1,2,2,1)-1) \\
 &(0+x(2,2))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,1)) \\
 &(10+x(2,2))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,1,2,2,2)-1) \\
 &(10+x(2,2))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,2)) \\
 &(20+x(2,2))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,1,2,2,2)-1) \\
 &(20+x(2,2))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,3)) \\
 &(30+x(2,2))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,1,2,2,4)-1) \\
 &(30+x(2,2))-(2+v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,1,2,2)+M*(1-z(1,1,1,1,2,2,4)) \\
 &z(1,1,1,1,2,2,1)+z(1,1,1,1,2,2,2)+z(1,1,1,1,2,2,3)+z(1,1,1,1,2,2,4)=1 \\
 &(0+x(2,2))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,2,2,2,1)-1) \\
 &(0+x(2,2))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,2,2,2)+M*(1-z(1,1,1,2,2,2,1)) \\
 &(10+x(2,2))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,2,2,2,2)-1) \\
 &(10+x(2,2))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,2,2,2)+M*(1-z(1,1,1,2,2,2,2)) \\
 &(20+x(2,2))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,2,2,2,3)-1) \\
 &(20+x(2,2))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,2,2,2)+M*(1-z(1,1,1,2,2,2,3)) \\
 &(30+x(2,2))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,2,2,2,4)-1) \\
 &(30+x(2,2))-(9+2*v(1,1)+w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,2,2,2)+M*(1-z(1,1,1,2,2,2,4)) \\
 &z(1,1,1,2,2,2,1)+z(1,1,1,2,2,2,2)+z(1,1,1,2,2,2,3)+z(1,1,1,2,2,2,4)=1 \\
 &(0+x(2,2))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,3,2,2,1)-1) \\
 &(0+x(2,2))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,3,2,2)+M*(1-z(1,1,1,3,2,2,1)) \\
 &(10+x(2,2))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,3,2,2,2)-1) \\
 &(10+x(2,2))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,3,2,2)+M*(1-z(1,1,1,3,2,2,2)) \\
 &(20+x(2,2))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,3,2,2,3)-1) \\
 &(20+x(2,2))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,3,2,2)+M*(1-z(1,1,1,3,2,2,3)) \\
 &(30+x(2,2))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,3,2,2,4)-1) \\
 &(30+x(2,2))-(16+2*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,3,2,2)+M*(1-z(1,1,1,3,2,2,4)) \\
 &z(1,1,1,3,2,2,1)+z(1,1,1,3,2,2,2)+z(1,1,1,3,2,2,3)+z(1,1,1,3,2,2,4)=1 \\
 &(0+x(2,2))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,4,2,2,1)-1) \\
 &(0+x(2,2))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,4,2,2)+M*(1-z(1,1,1,4,2,2,1)) \\
 &(10+x(2,2))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,4,2,2,2)-1) \\
 &(10+x(2,2))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,4,2,2)+M*(1-z(1,1,1,4,2,2,2)) \\
 &(20+x(2,2))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,4,2,2,3)-1) \\
 &(20+x(2,2))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,4,2,2)+M*(1-z(1,1,1,4,2,2,3)) \\
 &(30+x(2,2))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\geq M*(z(1,1,1,4,2,2,4)-1) \\
 &(30+x(2,2))-(23+3*v(1,1)+2*w(1,1)+x(1,1)+5)\leq h(1,1,1,4,2,2)+M*(1-z(1,1,1,4,2,2,4))
 \end{aligned}$$

$$z(1,1,1,4,2,2,1)+z(1,1,1,4,2,2,2)+z(1,1,1,4,2,2,3)+z(1,1,1,4,2,2,4)=1$$

$$v(1,1)+w(1,1)=1$$

$$(2+v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,1,1,2,1)-1)$$

$$(2+v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,1))$$

$$(9+2*v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,1,1,2,2)-1)$$

$$(9+2*v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,2))$$

$$(16+2*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,1,1,2,3)-1)$$

$$(16+2*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,3))$$

$$(23+3*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,1,1,2,4)-1)$$

$$(23+3*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,4))$$

$$(30+3*v(1,2)+3*w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,1,1,2,5)-1)$$

$$(30+3*v(1,2)+3*w(1,2)+x(1,2))-(0+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,1,1,2)+M*(1-z(2,3,2,1,1,2,5))$$

$$z(2,3,2,1,1,2,1)+z(2,3,2,1,1,2,2)+z(2,3,2,1,1,2,3)+z(2,3,2,1,1,2,4)+z(2,3,2,1,1,2,5)=1$$

$$(2+v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,2,1,2,1)-1)$$

$$(2+v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,2,1,2)+M*(1-z(2,3,2,2,1,2,1))$$

$$(9+2*v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,2,1,2,2)-1)$$

$$(9+2*v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,2,2,2)+M*(1-z(2,3,2,2,1,2,2))$$

$$(16+2*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,2,1,2,3)-1)$$

$$(16+2*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,2,1,2)+M*(1-z(2,3,2,2,1,2,3))$$

$$(23+3*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,2,1,2,4)-1)$$

$$(23+3*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,2,1,2)+M*(1-z(2,3,2,2,1,2,4))$$

$$(30+3*v(1,2)+3*w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,2,1,2,5)-1)$$

$$(30+3*v(1,2)+3*w(1,2)+x(1,2))-(10+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,2,1,2)+M*(1-z(2,3,2,2,1,2,5))$$

$$z(2,3,2,2,1,2,1)+z(2,3,2,2,1,2,2)+z(2,3,2,2,1,2,3)+z(2,3,2,2,1,2,4)+z(2,3,2,2,1,2,5)=1$$

$$(2+v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,3,1,2,1)-1)$$

$$(2+v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,3,1,2)+M*(1-z(2,3,2,3,1,2,1))$$

$$(9+2*v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,3,1,2,2)-1)$$

$$(9+2*v(1,2)+w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,3,2,2)+M*(1-z(2,3,2,3,1,2,2))$$

$$(16+2*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,3,1,2,3)-1)$$

$$(16+2*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,3,1,2)+M*(1-z(2,3,2,3,1,2,3))$$

$$(23+3*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,3,1,2,4)-1)$$

$$(23+3*v(1,2)+2*w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,3,1,2)+M*(1-z(2,3,2,3,1,2,4))$$

$$(30+3*v(1,2)+3*w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\geq M*(z(2,3,2,3,1,2,5)-1)$$

$$(30+3*v(1,2)+3*w(1,2)+x(1,2))-(20+x(3,2)+6)\leq h(2,3,2,3,1,2)+M*(1-z(2,3,2,3,1,2,5))$$

$$z(2,3,2,3,1,2,1)+z(2,3,2,3,1,2,2)+z(2,3,2,3,1,2,3)+z(2,3,2,3,1,2,4)+z(2,3,2,3,1,2,5)=1$$

$$v(1,2)+w(1,2)=1$$

$$x(1,1)\leq 6$$

$$x(1,2)\leq 6$$

$$x(2,1)\leq 9$$

$$x(2,2)\leq 9$$

$$x(3,2)\leq 9$$

$$v(1,1)\text{is_binary}$$

$$v(1,2)\text{is_binary}$$

$$w(1,1)\text{is_binary}$$

w(1,2)is_binary
z(1,1,1,1,2,1,1)is_binary
z(1,1,1,1,2,1,2)is_binary
z(1,1,1,1,2,1,3)is_binary
z(1,1,1,1,2,1,4)is_binary
z(1,1,1,2,2,1,1)is_binary
z(1,1,1,2,2,1,2)is_binary
z(1,1,1,2,2,1,3)is_binary
z(1,1,1,2,2,1,4)is_binary
z(1,1,1,3,2,1,1)is_binary
z(1,1,1,3,2,1,2)is_binary
z(1,1,1,3,2,1,3)is_binary
z(1,1,1,3,2,1,4)is_binary
z(1,1,1,4,2,1,1)is_binary
z(1,1,1,4,2,1,2)is_binary
z(1,1,1,4,2,1,3)is_binary
z(1,1,1,4,2,1,4)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,1)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,2)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,3)is_binary
z(1,1,1,1,2,2,4)is_binary
z(1,1,1,2,2,2,1)is_binary
z(1,1,1,2,2,2,2)is_binary
z(1,1,1,2,2,2,3)is_binary
z(1,1,1,2,2,2,4)is_binary
z(1,1,1,3,2,2,1)is_binary
z(1,1,1,3,2,2,2)is_binary
z(1,1,1,3,2,2,3)is_binary
z(1,1,1,3,2,2,4)is_binary
z(1,1,1,4,2,2,1)is_binary
z(1,1,1,4,2,2,2)is_binary
z(1,1,1,4,2,2,3)is_binary
z(1,1,1,4,2,2,4)is_binary
z(2,3,2,1,1,2,1)is_binary
z(2,3,2,1,1,2,2)is_binary
z(2,3,2,1,1,2,3)is_binary
z(2,3,2,1,1,2,4)is_binary
z(2,3,2,1,1,2,5)is_binary
z(2,3,2,2,1,2,1)is_binary
z(2,3,2,2,1,2,2)is_binary
z(2,3,2,2,1,2,3)is_binary
z(2,3,2,2,1,2,4)is_binary
z(2,3,2,2,1,2,5)is_binary
z(2,3,2,3,1,2,1)is_binary
z(2,3,2,3,1,2,2)is_binary
z(2,3,2,3,1,2,3)is_binary
z(2,3,2,3,1,2,4)is_binary
z(2,3,2,3,1,2,5)is_binary

```

Celkova_casova_ztrata:=1*h(1,1,1,1,2,1)+1*h(1,1,1,2,2,1)+1*h(1,1,1,3,2,1)+1*h(1,1,1,1,4,2,1)+1*h(1,1,1,1,2,2)+1*h(1,1,1,2,2,2)+1*h(1,1,1,3,2,2)+1*h(1,1,1,4,2,2)+1*h(2,3,2,1,1,2)+1*h(2,3,2,2,1,2)+1*h(2,3,2,3,1,2)
minimize(Celkova_casova_ztrata)
writeln("Celkova casova ztrata je :",getobjval," osobominut")
writeln("Casove posuny na jednotlivych linkach:")
writeln("x(1,1) = ",getsol(x(1,1))," min")
writeln("x(1,2) = ",getsol(x(1,2))," min")
writeln("x(2,1) = ",getsol(x(2,1))," min")
writeln("x(2,2) = ",getsol(x(2,2))," min")
writeln("x(3,1) = ",getsol(x(3,1))," min")
writeln("x(3,2) = ",getsol(x(3,2))," min")
writeln("Cekani:")
writeln("h(1,1,1,1,2,1) = ",getsol(h(1,1,1,1,2,1))," min")
writeln("h(1,1,1,2,2,1) = ",getsol(h(1,1,1,2,2,1))," min")
writeln("h(1,1,1,3,2,1) = ",getsol(h(1,1,1,3,2,1))," min")
writeln("h(1,1,1,4,2,1) = ",getsol(h(1,1,1,4,2,1))," min")
writeln("h(1,1,1,1,2,2) = ",getsol(h(1,1,1,1,2,2))," min")
writeln("h(1,1,1,2,2,2) = ",getsol(h(1,1,1,2,2,2))," min")
writeln("h(1,1,1,3,2,2) = ",getsol(h(1,1,1,3,2,2))," min")
writeln("h(1,1,1,4,2,2) = ",getsol(h(1,1,1,4,2,2))," min")
writeln("h(2,3,2,1,1,2) = ",getsol(h(2,3,2,1,1,2))," min")
writeln("h(2,3,2,2,1,2) = ",getsol(h(2,3,2,2,1,2))," min")
writeln("h(2,3,2,3,1,2) = ",getsol(h(2,3,2,3,1,2))," min")
writeln("Koordinacni vazby:")
writeln("z(1,1,1,1,2,1,1) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,1)))
writeln("z(1,1,1,1,2,1,2) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,2)))
writeln("z(1,1,1,1,2,1,3) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,3)))
writeln("z(1,1,1,1,2,1,4) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,1,4)))
writeln("z(1,1,1,2,2,1,1) = ",getsol(z(1,1,1,2,2,1,1)))
writeln("z(1,1,1,2,2,1,2) = ",getsol(z(1,1,1,2,2,1,2)))
writeln("z(1,1,1,2,2,1,3) = ",getsol(z(1,1,1,2,2,1,3)))
writeln("z(1,1,1,2,2,1,4) = ",getsol(z(1,1,1,2,2,1,4)))
writeln("z(1,1,1,3,2,1,1) = ",getsol(z(1,1,1,3,2,1,1)))
writeln("z(1,1,1,3,2,1,2) = ",getsol(z(1,1,1,3,2,1,2)))
writeln("z(1,1,1,3,2,1,3) = ",getsol(z(1,1,1,3,2,1,3)))
writeln("z(1,1,1,3,2,1,4) = ",getsol(z(1,1,1,3,2,1,4)))
writeln("z(1,1,1,4,2,1,1) = ",getsol(z(1,1,1,4,2,1,1)))
writeln("z(1,1,1,4,2,1,2) = ",getsol(z(1,1,1,4,2,1,2)))
writeln("z(1,1,1,4,2,1,3) = ",getsol(z(1,1,1,4,2,1,3)))
writeln("z(1,1,1,4,2,1,4) = ",getsol(z(1,1,1,4,2,1,4)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,1) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,1)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,2) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,2)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,3) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,3)))
writeln("z(1,1,1,1,2,2,4) = ",getsol(z(1,1,1,1,2,2,4)))
writeln("z(1,1,1,2,2,2,1) = ",getsol(z(1,1,1,2,2,2,1)))
writeln("z(1,1,1,2,2,2,2) = ",getsol(z(1,1,1,2,2,2,2)))
writeln("z(1,1,1,2,2,2,3) = ",getsol(z(1,1,1,2,2,2,3)))

```

```
writeln("z(1,1,1,2,2,2,4) = ",getsol(z(1,1,1,2,2,2,4)))  
writeln("z(1,1,1,3,2,2,1) = ",getsol(z(1,1,1,3,2,2,1)))  
writeln("z(1,1,1,3,2,2,2) = ",getsol(z(1,1,1,3,2,2,2)))  
writeln("z(1,1,1,3,2,2,3) = ",getsol(z(1,1,1,3,2,2,3)))  
writeln("z(1,1,1,3,2,2,4) = ",getsol(z(1,1,1,3,2,2,4)))  
writeln("z(1,1,1,4,2,2,1) = ",getsol(z(1,1,1,4,2,2,1)))  
writeln("z(1,1,1,4,2,2,2) = ",getsol(z(1,1,1,4,2,2,2)))  
writeln("z(1,1,1,4,2,2,3) = ",getsol(z(1,1,1,4,2,2,3)))  
writeln("z(1,1,1,4,2,2,4) = ",getsol(z(1,1,1,4,2,2,4)))  
writeln("z(2,3,2,1,1,2,1) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,1)))  
writeln("z(2,3,2,1,1,2,2) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,2)))  
writeln("z(2,3,2,1,1,2,3) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,3)))  
writeln("z(2,3,2,1,1,2,4) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,4)))  
writeln("z(2,3,2,1,1,2,5) = ",getsol(z(2,3,2,1,1,2,5)))  
writeln("z(2,3,2,2,1,2,1) = ",getsol(z(2,3,2,2,1,2,1)))  
writeln("z(2,3,2,2,1,2,2) = ",getsol(z(2,3,2,2,1,2,2)))  
writeln("z(2,3,2,2,1,2,3) = ",getsol(z(2,3,2,2,1,2,3)))  
writeln("z(2,3,2,2,1,2,4) = ",getsol(z(2,3,2,2,1,2,4)))  
writeln("z(2,3,2,2,1,2,5) = ",getsol(z(2,3,2,2,1,2,5)))  
writeln("z(2,3,2,3,1,2,1) = ",getsol(z(2,3,2,3,1,2,1)))  
writeln("z(2,3,2,3,1,2,2) = ",getsol(z(2,3,2,3,1,2,2)))  
writeln("z(2,3,2,3,1,2,3) = ",getsol(z(2,3,2,3,1,2,3)))  
writeln("z(2,3,2,3,1,2,4) = ",getsol(z(2,3,2,3,1,2,4)))  
writeln("z(2,3,2,3,1,2,5) = ",getsol(z(2,3,2,3,1,2,5)))  
writeln("Promenne modelujici stridavy takt:")  
writeln("v(1,1) = ",getsol(v(1,1)))  
writeln("w(1,1) = ",getsol(w(1,1)))  
writeln("v(1,2) = ",getsol(v(1,2)))  
writeln("w(1,2) = ",getsol(w(1,2)))  
end-model
```

Po ukončení optimalizačního výpočtu byly obdrženy následující výsledky:

Celkova casova ztrata je: 35 osobominut

Casove posuny na jednotlivych linkach:

$x(1,1) = 0$ min

$x(1,2) = 2$ min

$x(2,1) = 3$ min

$x(2,2) = 3$ min

$x(3,1) = 0$ min

$x(3,2) = 9$ min

Cekani:

$h(1,1,1,1,2,1) = 5$ min

$h(1,1,1,2,2,1) = 7$ min

$h(1,1,1,3,2,1) = 0$ min

$h(1,1,1,4,2,1) = 2$ min

$h(1,1,1,1,2,2) = 5$ min

$h(1,1,1,2,2,2) = 7$ min

$$h(1,1,1,3,2,2) = 0 \text{ min}$$

$$h(1,1,1,4,2,2) = 2 \text{ min}$$

$$h(2,3,2,1,1,2) = 5 \text{ min}$$

$$h(2,3,2,2,1,2) = 2 \text{ min}$$

$$h(2,3,2,3,1,2) = 0 \text{ min}$$

Koordinacni vazby:

$$z(1,1,1,1,2,1,1) = 0$$

$$z(1,1,1,1,2,1,2) = 1$$

$$z(1,1,1,1,2,1,3) = 0$$

$$z(1,1,1,1,2,1,4) = 0$$

$$z(1,1,1,2,2,1,1) = 0$$

$$z(1,1,1,2,2,1,2) = 0$$

$$z(1,1,1,2,2,1,3) = 1$$

$$z(1,1,1,2,2,1,4) = 0$$

$$z(1,1,1,3,2,1,1) = 0$$

$$z(1,1,1,3,2,1,2) = 0$$

$$z(1,1,1,3,2,1,3) = 1$$

$$z(1,1,1,3,2,1,4) = 0$$

$$z(1,1,1,4,2,1,1) = 0$$

$$z(1,1,1,4,2,1,2) = 0$$

$$z(1,1,1,4,2,1,3) = 0$$

$$z(1,1,1,4,2,1,4) = 1$$

$$z(1,1,1,1,2,2,1) = 0$$

$$z(1,1,1,1,2,2,2) = 1$$

$$z(1,1,1,1,2,2,3) = 0$$

$$z(1,1,1,1,2,2,4) = 0$$

$$z(1,1,1,2,2,2,1) = 0$$

$$z(1,1,1,2,2,2,2) = 0$$

$$z(1,1,1,2,2,2,3) = 1$$

$$z(1,1,1,2,2,2,4) = 0$$

$$z(1,1,1,3,2,2,1) = 0$$

$$z(1,1,1,3,2,2,2) = 0$$

$$z(1,1,1,3,2,2,3) = 1$$

$$z(1,1,1,3,2,2,4) = 0$$

$$z(1,1,1,4,2,2,1) = 0$$

$$z(1,1,1,4,2,2,2) = 0$$

$$z(1,1,1,4,2,2,3) = 0$$

$$z(1,1,1,4,2,2,4) = 1$$

$$z(2,3,2,1,1,2,1) = 0$$

$$z(2,3,2,1,1,2,2) = 0$$

$$z(2,3,2,1,1,2,3) = 1$$

$$z(2,3,2,1,1,2,4) = 0$$

$$z(2,3,2,1,1,2,5) = 0$$

$$z(2,3,2,2,1,2,1) = 0$$

$$z(2,3,2,2,1,2,2) = 0$$

$$z(2,3,2,2,1,2,3) = 0$$

$$z(2,3,2,2,1,2,4) = 1$$

$$z(2,3,2,2,1,2,5) = 0$$

$$z(2,3,2,3,1,2,1) = 0$$

$$z(2,3,2,3,1,2,2) = 0$$

$$z(2,3,2,3,1,2,3) = 0$$

$$z(2,3,2,3,1,2,4) = 0$$

$$z(2,3,2,3,1,2,5) = 1$$

Promenne modelující stridavy takt:

$$v(1,1) = 1$$

$$w(1,1) = 0$$

$$v(1,2) = 0$$

$$w(1,2) = 1$$

Dosažené výsledky lze interpretovat následovně:

Hodnoty proměnných x_{il} udávají časové posuny spojů koordinovaných linek. Za účelem dosažení optimálního řešení (celková časová ztráta 35 osobominut) musí být provedeny následující časové posuny spojů zahrnutých do síťové uzlové časové koordinace:

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je uvedeno $x_{11} = 0$ minut. Proměnná x_{11} modeluje časový posun spojů linky 1 ve směru 1 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 1 ve směru 1 plní funkci přijíždějící linky do přestupního uzlu 1, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty čtyři spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Pochopitelně, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru a obsluhující přestupní uzel 2. Nejdříve možné obsluhy přestupního uzlu 1 spoji linky 1 jedoucími ve směru 1 nastávají v časech 02, 09, 16 a 23 (další spoje v časech 30, 37, 44, 51 a 58) a přestupního uzlu 2 potom v časech 00, 07, 14, 21 (další spoje v časech 28, 35, 42, 49 a 56). Pro stanovení optimálních poloh časů obsluh však není důležitá pouze hodnota proměnné x_{11} , ale také hodnoty proměnných v_{11} a w_{11} , pro které, podle výpisu výsledků, platí $v_{11} = 1$ a $w_{11} = 0$. Hodnota proměnné v_{11} dále reprezentuje časový posun o 1 minutu spojů, ke kterým se vztahuje. V Tab. č. 7. 13 je možno dohledat časové polohy obsluh přestupního uzlu 1 spoji linky 1 jedoucími ve směru 1 před a po časovém posunu.

Číslo spoje linky 1 jedoucího ve směru 1 k	Časová poloha obsluhy přestupního uzlu 1 před časovým posunem (nejdříve možná časová poloha spoje) $\tau_{111k}(v, w)$	Časová poloha obsluhy přestupního uzlu 1 po časovém posunu $\tau_{111k}(v, w) + x_{11}$
1	$2 + v_{11} + w_{11}$	$2 + 1 + 0 + 0 = 3$
2	$9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11}$	$9 + 2 \cdot 1 + 0 + 0 = 11$
3	$16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11}$	$16 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 0 = 18$
4	$23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11}$	$23 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 0 = 26$

Tab. č. 7.13: Časové polohy obsluh přestupního uzlu 1 spoji linky 1 jedoucími ve směru 1

Jak je z posledního sloupce Tab. č. 7.13 patrné, je interval mezi po sobě jedoucími spoji skutečně střídavý (hodnoty 7 a 8 se pravidelně střídají). Další spoje linky 1 (spoje mimo koordinační periodu) budou přestupní uzel 1 ve směru 2 obsluhovat v časech 33, 41, 48 a 56.

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno $x_{11} = 2$ minuty. Proměnná x_{12} modeluje časový posun spojů linky 1 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 1 ve směru 2 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 2, do koordinační periody je tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuto pět spojů obsluhujících přestupní uzel 2 v daném směru. Pochopitelně, stejnému časovému posunu budou podléhat i ostatní spoje dané linky jedoucí v taktu v daném směru a obsluhující přestupní uzel 1. Nejdříve možné obsluhy přestupního uzlu 2 spoji linky 1 jedoucími ve směru 2 nastávají v časech 02, 09, 16, 23 a 30 (další spoje v časech 37, 44, 51 a 58) a přestupního uzlu 2 potom v časech 00, 07, 14, 21 a 28 (další spoje v časech 35, 42, 49 a 56). Pro stanovení optimálních poloh časů obsluh však, analogicky jako v předchozím případě, není důležitá pouze hodnota proměnné x_{12} , ale také hodnoty proměnných v_{12} a w_{12} , pro které, podle výpisu výsledků, platí $v_{12} = 0$ a $w_{12} = 1$. Hodnota proměnné w_{12} dále reprezentuje časový posun o 1 minutu spojů, ke kterým se vztahuje. V Tab. č. 7. 14 je možno dohledat

časové polohy obsluh přestupního uzlu 2 spoji linky 1 jedoucími ve směru 2 před a po časovém posunu.

Číslo spoje linky 1 jedoucího ve směru 1 p	Časová poloha obsluhy přestupního uzlu 1 před časovým posunem (nejdříve možná časová poloha spoje) $\tau_{212p}(v, w)$	Časová poloha obsluhy přestupního uzlu 1 po časovém posunu $\tau_{212p}(v, w) + x_{12}$
1	$2 + v_{11} + w_{11}$	$2 + 0 + 1 + 2 = 5$
2	$9 + 2 \cdot v_{11} + w_{11}$	$9 + 2 \cdot 0 + 1 + 2 = 12$
3	$16 + 2 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11}$	$16 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 2 = 20$
4	$23 + 3 \cdot v_{11} + 2 \cdot w_{11}$	$23 + 3 \cdot 0 + 2 \cdot 1 + 2 = 27$
5	$30 + 3 \cdot v_{11} + 3 \cdot w_{11}$	$30 + 3 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 2 = 35$

Tab. č. 7.14: Časové polohy obsluh přestupního uzlu 2 spoji linky 1 jedoucími ve směru 2

Jak je z posledního sloupce Tab. č. 7.14 patrné, je interval mezi po sobě jedoucími spoji skutečně střídavý (hodnoty 7 a 8 se pravidelně střídají). Další spoje linky 1 (spoje mimo koordinační periodu) budou přestupní uzel 2 ve směru 2 obsluhovat v časech 42, 50 a 57.

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno $x_{21} = 3$ minuty. Proměnná x_{21} modeluje časový posun spojů linky 2 ve směru 1 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 2 ve směru 1 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 2, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty čtyři spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Nejdříve možné obsluhy přestupního uzlu 1 spoji linky 2 jedoucími ve směru 1 nastávají v časech 00, 10, 20 a 30 (další spoje v časech 40 a 50). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{21} = 3$ minuty, obsluha přestupního uzlu 1 spoji linky 1 jedoucími ve směru 1 nastane v časech 03, 13, 23 a 33 (další spoje v časech 43 a 53).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno $x_{21} = 3$ minuty. Proměnná x_{21} modeluje časový posun spojů linky 2 ve směru 1 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 2 ve směru 1 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 1, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty čtyři spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Nejdříve možné obsluhy přestupního uzlu 1 spoji linky 2 jedoucými ve směru 1 nastávají v časech 00, 10, 20 a 30 (další spoje v časech 40 a 50). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{21} = 3$ minuty, obsluha přestupního uzlu 1 spoji linky 2 jedoucými ve směru 1 nastane v časech 03, 13, 23 a 33 (další spoje v časech 43 a 53).

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno $x_{22} = 3$ minuty. Proměnná x_{22} modeluje časový posun spojů linky 2 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 2 ve směru 2 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 1, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty čtyři spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Nejdříve možné obsluhy přestupního uzlu 1 spoji linky 2 jedoucými ve směru 2 nastávají opět v časech 00, 10, 20 a 30 (další spoje v časech 40 a 50). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{22} = 3$ minuty, obsluha přestupního uzlu 1 spoji linky 2 jedoucými ve směru 2 nastane v časech 03, 13, 23 a 33 (další spoje v časech 43 a 53). Protože na lince 2 ve směru 1 není uplatněn střídavý takt, není nutné provádět další propočty vztahené k identifikaci časových poloh spojů dané linky, které byly uvedeny v případě linky 1.

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno $x_{22} = 3$ minuty. Proměnná x_{22} modeluje časový posun spojů linky 2 ve směru 2 vztahmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 2 ve směru 2 plní funkci odjíždějící linky z přestupního uzlu 1, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty čtyři spoje obsluhující přestupní uzel 1 v daném směru. Nejdříve možné obsluhy přestupního uzlu 1 spoji linky 2 jedoucými ve směru 2 nastávají opět v časech 00, 10, 20 a 30 (další spoje v časech 40 a 50). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{22} = 3$ minuty, obsluha přestupního uzlu 1 spoji linky 2 jedoucými ve směru 2 nastane opět v časech 03, 13, 23 a 33 (další spoje

v časech 43 a 53). Protože na lince 2 ve směru 2 není uplatněn střídavý takt, není nutné provádět další propočty vztažené k identifikaci časových poloh spojů dané linky, které byly uvedeny v případě linky 1.

Ve výpisu výsledků optimalizačního výpočtu je dále uvedeno $x_{32} = 9$ minut. Proměnná x_{32} modeluje časový posun spojů linky 3 ve směru 2 vztažmo k jejich nejdříve možným časovým polohám. Linka 3 ve směru 2 plní funkci přijíždějící linky do přestupního uzlu 2, do koordinační periody jsou tedy, vzhledem k vstupním podmínkám úlohy, zahrnuty tři spoje obsluhující přestupní uzel 2 v daném směru. Nejdříve možné obsluhy přestupního uzlu 2 spoji linky 3 jedoucimi ve směru 2 nastávají v časech 00, 10 a 20 (další spoje v časech 30, 40 a 50). To znamená, že po uplatnění časového posunu ve výši $x_{32} = 9$ minut, obsluha přestupního uzlu 2 spoji linky 3 jedoucimi ve směru 2 nastane v časech 09, 19 a 29 (další spoje v časech 39, 49 a 59). Protože na lince 3 ve směru 2 není uplatněn střídavý takt, není nutné provádět další propočty vztažené k identifikaci časových poloh spojů dané linky, které byly uvedeny v případě linky 1.

V řešeném příkladu byly definovány 3 koordinační vazby: v přestupním uzlu 1 ze spojů linky 1 jedoucích ve směru 1 na spoje linky 2 jedoucí ve směru 1 a na spoje linky 2 jedoucí ve směru 2 a v přestupním uzlu 2 ze spojů linky 3 jedoucích ve směru 2 na spoje linky 1 jedoucí ve směru 2. Podle výpisu výsledků by přestupujícím cestujícím měla vzniknout celková časová ztráta o velikosti 35 minut, což v dalším textu zkontrolujeme prostřednictvím hodnot proměnných h_{uilkjs} , resp. jejich součtu.

Spoje přijíždějící linky 1 jedoucí ve směru 1 obsluhují přestupní uzel 1 v časech 03, 11, 18 a 26. Přestupní doba mezi spoji přijíždějící linky 1 jedoucimi ve směru 1 a spoji odjíždějící linky 2 jedoucimi ve směru 1 činí 5 minut. Cestující přijíždějící spoji linky 1 jedoucimi ve směru 1 v časech 03, 11, 18 a 26 budou tedy připraveni k odjezdům spojů linky 2 jedoucích ve směru 1 v časech 08, 16, 23 a 31. Spoje linky 2 do směru 1 odjíždějí v časech 03, 13, 23 a 33. Časové ztráty přestupujících cestujících tedy budou po řadě 5 minut (08 → 13), 7 minut (16 → 23), 0 minut (23 → 23) a 2 minuty (31 → 33). A protože v případě přestupů zvažujeme modelově hodnotu počtů přestupujících cestujících z každého spoje přijíždějící linky ve výši 1, potom cestujícím přestupujícím

ze spojů linky 1 jedoucích ve směru 1 na spoje linky 2 jedoucí ve směru 1 bude vygenerována časová ztráta 14 osobominut.

Stejná situace nastává v případě přestupu ze spoje 1 linky 1 jedoucího ve směru 1 na spoje linky 2 jedoucí ve směru 2. Spoje příjíždějící linky 1 jedoucí ve směru 1 obsluhují přestupní uzel 1 v časech 03, 11, 18 a 26. Přestupní doba mezi spoji příjíždějící linky 1 jedoucími ve směru 1 a spoji odjíždějící linky 2 jedoucími ve směru 2 činí 5 minut. Cestující příjíždějící spoji linky 1 jedoucími ve směru 1 v časech 03, 11, 18 a 26 budou tedy připraveni k odjezdům spojů linky 2 jedoucích ve směru 2 opět v časech 08, 16, 23 a 31. Spoje linky 2 do směru 2 odjíždějí v časech 03, 13, 23 a 33. Časové ztráty přestupujících cestujících tedy budou opět po řadě 5 minut (08 → 13), 7 minut (16 → 23), 0 minut (23 → 23) a 2 minuty (31 → 33). A protože v případě přestupů zvažujeme modelově hodnotu počtů přestupujících cestujících z každého spoje příjíždějící linky ve výši 1, potom cestujícím přestupujícím ze spojů linky 1 jedoucích ve směru 1 na spoje linky 2 jedoucí ve směru 2 bude vygenerována časová ztráta opět 14 osobominut.

Zkontrolujme dále hodnotu časové ztráty přestupujících cestujících pro třetí koordinační vazbu. Spoje příjíždějící linky 3 jedoucí ve směru 2 obsluhují přestupní uzel 2 v časech 09, 19 a 29. Přestupní doba mezi spoji příjíždějící linky 3 jedoucími ve směru 2 a spoji odjíždějící linky 1 jedoucími ve směru 2 činí 6 minut. Cestující příjíždějící spoji 1 linky 3 jedoucími ve směru 2 v časech 09, 19 a 29 budou tedy připraveni k odjezdům spojů linky 1 jedoucích ve směru 2 v časech 15, 25 a 35. Spoje linky 1 do směru 2 odjíždějí v časech 05, 12, 20, 27 a 35. Časové ztráty přestupujících cestujících tedy budou opět po řadě 5 minut (15 → 20), 2 minut (25 → 27) a 0 minut (35 → 35). A protože v případě přestupů zvažujeme modelově hodnotu počtů přestupujících cestujících z každého spoje příjíždějící linky ve výši 1, potom cestujícím přestupujícím ze spojů linky 3 jedoucích ve směru 2 na spoje linky 1 jedoucí ve směru 2 bude vygenerována časová ztráta 7 osobominut.

Protože hodnoty časových ztrát cestujících přestupujících v rámci všech tří koordinačních vazeb jsou rovny 14 osobominut, 14 osobominut a 7 osobominut, je celková časová ztráta rovna 35 osobominutám.

Na závěr interpretace výsledků příkladu budou interpretovány hodnoty proměnných $z_{uilkj_{sp}}$. Z hlediska výsledků optimalizačního výpočtu jsou důležité hodnoty 1 uvedené proměnné, které reprezentují vznik přestupních vazeb. V případě výsledků příkladu 7.3 platí $z_{1111212} = 1$, $z_{1112213} = 1$, $z_{1113213} = 1$, $z_{1114214} = 1$, $z_{1111222} = 1$, $z_{1112223} = 1$, $z_{1113223} = 1$, $z_{1114224} = 1$, $z_{2321123} = 1$, $z_{2322124} = 1$ a $z_{2323125} = 1$. Hodnoty proměnných mají potvrdit interpretaci výsledků provedenou v předchozích odstavcích.

Proměnná $z_{1111212}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 1 (šestý index) a jejím spojem 2 (sedmý index). Proměnná $z_{1112213}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 2 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 1 (šestý index) a jejím spojem 3 (sedmý index). Proměnná $z_{1113213}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 3 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 1 (šestý index) a jejím spojem 3 (sedmý index). Proměnná $z_{1114214}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 4 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 1 (šestý index) a jejím spojem 4 (sedmý index).

Proměnná $z_{1111222}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 2 (sedmý index). Proměnná $z_{1112223}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 2 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 3 (sedmý index). Proměnná $z_{1113223}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index), směru 1 (třetí index) a jejím spojem 3 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 3 (sedmý index). Proměnná $z_{1114224}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 1 (první index) mezi linkou 1 (druhý index),

směru 1 (třetí index) a jejím spojem 4 (čtvrtý index) a linkou 2 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 4 (sedmý index).

Proměnná $z_{2321123}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 2 (první index) mezi linkou 3 (druhý index), směru 2 (třetí index) a jejím spojem 1 (čtvrtý index) a linkou 1 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 3 (sedmý index). Proměnná $z_{2322124}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 2 (první index) mezi linkou 3 (druhý index), směru 2 (třetí index) a jejím spojem 2 (čtvrtý index) a linkou 1 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 4 (sedmý index). Proměnná $z_{2323125}$ a její hodnota 1 reprezentuje vznik koordinační vazby v přestupním uzlu 2 (první index) mezi linkou 3 (druhý index), směru 2 (třetí index) a jejím spojem 3 (čtvrtý index) a linkou 1 (pátý index), směru 2 (šestý index) a jejím spojem 5 (sedmý index).

8 EKONOMICKÉ ASPEKTY VYUŽITÍ VÝSLEDKŮ METODIKY

Výsledky projektu promítnuté do metodiky přinášejí pro její uživatele celou řadu benefitů ekonomického charakteru.

Základní ekonomický benefit souvisí s časovými úsporami uživatelů služeb veřejné hromadné dopravy (cestujících), které jim vzniknou při jejich procesu přemístění založeném na využívání systému veřejné hromadné dopravy, ve kterém byly aplikovány výsledky metodiky. Přímá kvantifikace ekonomických benefitů cestujících je však problematická. Problémy při jejím stanovení totiž přináší zejména fakt, že pro každého cestujícího využívajícího veřejnou hromadnou dopravu má stejná uspořená doba různou hodnotu finančního ocenění.

Z pohledu celospolečenského užítku může aplikace výsledků metodiky přispět ke zvyšování počtu cestujících přepravených ve vozidlech veřejné hromadné dopravy. To může přinést také pozitivum spočívající v poklesu intenzity individuální automobilové dopravy, zejména v intravilánech měst. Pokles intenzity individuální automobilové dopravy přinese pokles počtu kongescí a tedy také snížení tzv. externích nákladů dopravy (nákladů souvisejících např. s odstraňováním následků silničních nehod, snižováním negativních vlivů individuální automobilové dopravy na životní prostředí v intravilánu měst apod.).

Zvyšování počtu cestujících ve vozidlech veřejné hromadné dopravy zvyšuje také jejich využívání a přináší větší množství finančních prostředků do rozpočtů dopravních podniků (např. v důsledku opakovaného zakupování dlouhodobých časových jízdenek cestujícími apod.), čímž je také zvýšena finanční stabilita výnosů dopravních podniků. Zvyšování stability výnosů dopravních podniků může následně přispět k lepší predikovatelnosti jejich ekonomického hospodaření a tedy např. i k možnosti efektivnějšího investování do modernizace vozidlového parku, které přinese další ekonomické efekty do rozpočtu dopravních podniků.

V konečném důsledku se výsledky metodiky mohou pozitivně projevit také u poskytovatelů dotací do veřejné hromadné dopravy, a to v nižším objemu finančních prostředků nutných k úhradě prokazatelné ztráty dopravních podniků vzniklé rozdílnou výší nákladů dopravních podniků a výnosů z jízdného od cestujících.

Z pohledu dopravních podniků, které by zvažovaly pořídit si systém pro podporu rozhodování konstruktérů jízdních řádů založený na bázi metodiky, bude třeba do ekonomického hodnocení zahrnout náklady související s pořízením optimalizačního software a náklady související s proškolením konstruktérů jízdních řádů pro práci s uvedenými software.

9 ZÁVĚR

Předmětná metodika se zabývá problematikou síťové uzlové časové koordinace spojů veřejné hromadné dopravy a klade si za cíl přispět ke zvýšení atraktivity a tedy i konkurenceschopnosti veřejné hromadné dopravy vůči individuální automobilové dopravě. Zabývá se provozními podmínkami na sítích veřejné hromadné dopravy, ve kterých je uplatňován taktový provoz. Jedná se o případy, kdy mezi spoji v jízdním řádu na jednotlivých koordinovaných linkách uplyne buď vždy časový interval stejné hodnoty (konstantní takt) nebo povolené kombinace časových intervalů různých délek vyskytujících se v předepsaném pořadí (střídavý takt).

K řešení výzkumného problému bylo zvoleno smíšené celočíselné lineární programování, navrhovaný přístup je tedy přístupem optimalizačním. Základem navrhovaného optimalizačního přístupu je matematický model s optimalizačním kritériem – celkovou časovou ztrátou všech cestujících přestupujících ve všech přestupných uzlech vznikající v rámci tzv. koordinačních vazeb. Každá koordinační vazba (požadavek na zajištění návaznosti spojů koordinovaných linek) je v rámci řešeného problému charakterizována vždy uspořádanou sedmicí, přičemž údaje v ní obsažené identifikují přestupní uzel, ve kterém se koordinační vazba má realizovat, identifikační údaje linky, směru, eventuálně spoje, ze kterých mají cestující přestupovat, identifikační údaje linky a směru, do kterého má být z daných spojů vytvořena koordinační vazba a průměrný počet přestupujících cestujících.

Podstatnou součástí úvah vedoucích k tvorbě matematického modelu jsou výpočty související s určením délky koordinační periody a identifikací počtů spojů zahrnutých do předmětné koordinační úlohy. Postup výpočtu vedoucí k požadovaným výsledkům je uveden v podkapitole 6.4.2. Následující podkapitoly jsou již přímo věnovány postupu tvorby matematických modelů pro různé kategorie provozních situací vyskytujících se na sítích linek veřejné hromadné dopravy s vedením spojů v taktech. Konkrétně se jedná o následující provozní varianty:

1. provozní varianta se stejnými konstantními hodnotami taktů mezi spoji na příjezdu i na odjezdu linek do/ze všech přestupných uzlů,

2. provozní varianta s různými hodnotami konstantních taktů mezi spoji na příjezdu i na odjezdu linek do/z přestupních uzlů,
3. provozní varianta s konstantní hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a střídavou hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu,
4. provozní varianta se střídavou hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a konstantní hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu,
5. provozní varianta se střídavou hodnotou taktu mezi spoji na příjezdu do přestupního uzlu a střídavou hodnotou taktu mezi spoji na odjezdu z přestupního uzlu.

Vlastní síťový model pak vznikne buď přímou aplikací některé z výše uvedených variant, nebo kombinacemi modelů jednotlivých variant uvedených v podkapitolách 6.6 – 6.10.

Kapitola 7 potom demonstuje praktické ukázky tvorby a řešení modelů na konkrétních názorných příkladech provozních situací, ve kterých je vyžadována síťová uzlová časová koordinace.

REFERENCE

- [1] Petrovský, A.: Dopravný slovník. Bratislava: ALFA, 1983, 1. vydání, 938 s. 63 – 137 – 83.
- [2] Janáček, J.: Matematické programování. Žilina: Žilinská univerzita, 1999, 1. vydání, 225 s. ISBN 80 – 7100 – 573 – 8.
- [3] Surovec, P.: Tvorba systému mestskej hromadnej dopravy. Žilina: Žilinská univerzita, 1999, 1. vydání, 143 s. ISBN 80 – 7100 – 586 – X.
- [4] Janáček, J.: Model pro koordinaci spojů v izolovaném přestupním uzlu. Nепublikováno.

SEZNAM PUBLIKACÍ PŘEDCHÁZEJÍCÍCH METODICE

Teichmann, Dušan; Dorda, Michal; Mocková, Denisa; Olivková, Ivana; Graf, Vojtěch. Of Approach to Minimize the Number of Shunting Tracks at Turning Loops. In: Proceedings of the International Conference Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making XX (QME 2020), 27th – 29th May 2020, Púchov, Slovakia. Bratislava: Letra Edu, 2020. pp. 333-342. ISBN 978-80-89962-60-0.

Teichmann, Dušan; Dorda, Michal; Mocková, Denisa; Vančura, Pavel, Edvard; Graf Vojtěch; Olivková, Ivana. Minimising Number of Shunting Tracks at Tram Turning Loops. In: Proceedings of the 38th International Conference on Mathematical Methods in Economics (MME 2020), 9th - 11th September 2020, Mendel University in Brno, Czech Republic. Brno: Mendel University in Brno, 2020. pp. 585-591. ISBN 978-80-7509-734-7.

Teichmann, Dušan; Dorda, Michal; Mocková, Denisa; Vančura, Pavel, Edvard; Graf Vojtěch; Olivková, Ivana. Combined Time Coordination of Connections in Public Transport. In: Proceedings of the 39th International Conference on Mathematical Methods in Economics (MME 2021), 8th - 10th September 2021, Prague, Czech Republic. Prague: Czech University of Life Sciences Prague, 2021. pp. 487-492. ISBN 978-80-213-3126-6.

Teichmann, Dušan; Mocková, Denisa; Dorda, Michal; Vančura, Pavel, Edvard; Olivková, Ivana; Graf, Vojtěch. Design of Optimization Model for Network Coordination of Transfers between Connections – Line network with Application of Homogeneous Headway. In: Proceedings of the International Conference Quantitative Methods in Economics: Multiple Criteria Decision Making XXI (QME 2022), 25th – 27th May 2022, Púchov, Slovakia. Bratislava: Letra Edu, 2022. pp. 188-195. ISBN 978-80-89962-94-5.

Teichmann, Dušan; Mocková, Denisa; Dorda, Michal; Vančura, Pavel, Edvard; Olivková, Ivana; Graf Vojtěch. Design of Optimization Model for Network Coordination of Public Transport Connections with Periodically Alternating Headway. In: Proceedings of the 40th International Conference

T A
Č R



VŠB TECHNICKÁ
UNIVERZITA
OSTRAVA

on Mathematical Methods in Economics (MME 2022), 7th - 9th September 2022,
Jihlava, Czech Republic. Jihlava: College of Polytechnics Jihlava, 2022.
pp. 366-373. ISBN 978-80-88064-62-6.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. č. 4.1: Příklad neorientovaného grafu reprezentujícího fragment koordinační sítě.....	20
Obr. č. 4.2: Příklad orientovaného grafu reprezentujícího fragment koordinační sítě.....	21
Obr. č. 4.3: Příklad smíšeného grafu reprezentujícího fragment koordinační sítě.....	21
Obr. č. 5.1: Schéma koordinační sítě pro příklad 5.1.....	29

SEZNAM TABULEK

Tab. č. 4.1:	Seznam koordinovaných linek a jejich směrů.....	18
Tab. č. 4.2:	Seznam koordinačních uzlů s uvedením koordinovaných linek, jejich směrů a přestupních dob mezi jejich spoji.....	18
Tab. č. 4.3:	Seznam koordinačních vazeb a počtů přestupujících cestujících využívajících dané koordinační vazby a přestupních dob mezi spoji koordinovaných linek	19
Tab. č. 4.4:	Transformační tabulka označení linek.....	19
Tab. č. 6.1:	Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů – dva přestupní uzly.....	63
Tab. č. 6.2:	Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů – tři přestupní uzly.....	64
Tab. č. 7.1:	Seznam koordinovaných linek a jejich směrů – příklad 7.1.....	92
Tab. č. 7.2:	Seznam koordinačních uzlů s uvedením koordinovaných linek a jejich směrů – příklad 7.1.....	93
Tab. č. 7.3:	Seznam koordinačních vazeb a počtů přestupujících cestujících využívajících dané koordinační vazby – příklad 7.1.....	93
Tab. č. 7.4:	Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů 1 a 2 – příklad 7.1.....	94
Tab. č. 7.5:	Seznam koordinovaných linek a jejich směrů – příklad 7.2.....	103
Tab. č. 7.6:	Seznam koordinačních uzlů s uvedením koordinovaných linek a jejich směrů – příklad 7.2.....	104
Tab. č. 7.7:	Seznam koordinačních vazeb a počtů přestupujících cestujících využívajících dané koordinační vazby – příklad 7.2.....	104
Tab. č. 7.8:	Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů 1 a 2 – příklad 7.2.....	105
Tab. č. 7.9	Seznam koordinovaných linek a jejich směrů – příklad 7.3.....	115
Tab. č. 7.10	Seznam koordinačních uzlů s uvedením koordinovaných linek a jejich směrů – příklad 7.3.....	115
Tab. č. 7.11	Seznam koordinačních vazeb a počtů přestupujících cestujících využívajících dané koordinační vazby – příklad 7.3.....	116

Tab. č. 7.12	Výpočet nejdříve možných časů obsluh přestupních uzlů 1 a 2 – příklad 7.3.....	117
Tab. č. 7.13	Časové polohy obsluh přestupního uzlu 1 spoji linky 1 jedoucými ve směru 1	131
Tab. č. 7.14	Časové polohy obsluh přestupního uzlu 2 spoji linky 1 jedoucými ve směru 2	132